

پردازش سیگنال دیجیتال

فصل اول:

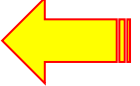
مقدمات طراحی فیلتر دیجیتال

اهداف فصل:

ارائه مفاهیم پایه‌ای نظریه فیلتر دیجیتال شامل
بازنمایی ریاضی و مفهوم فیزیکی

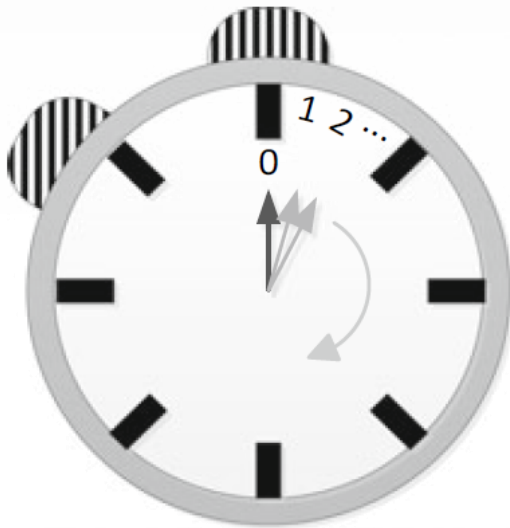


عناوین بحث:

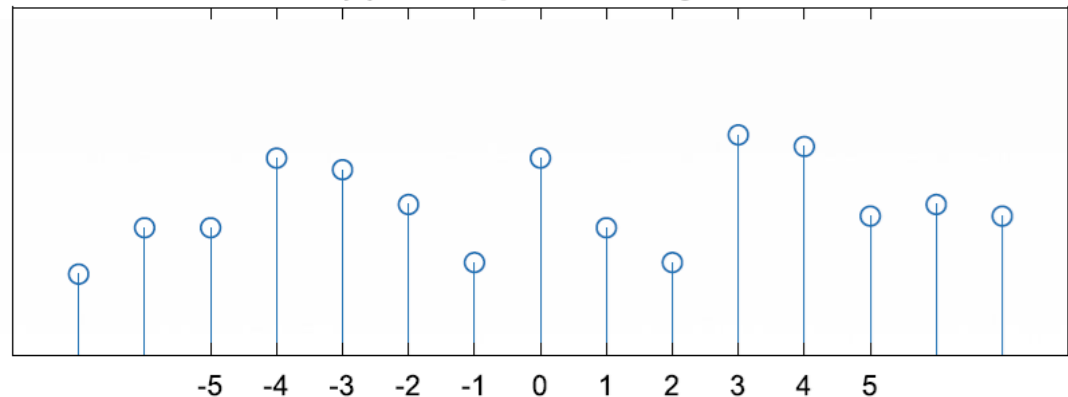
- سیگنال زمان گسسته 
- طراحی فیلتر دیجیتال (روند مفهومی)
- معماری فیلتر (تبدیل روند مفهومی به فرمول ریاضی)
- تعاریف و ملزومات فیلتر دیجیتال

سیگنال زمان گسسته:

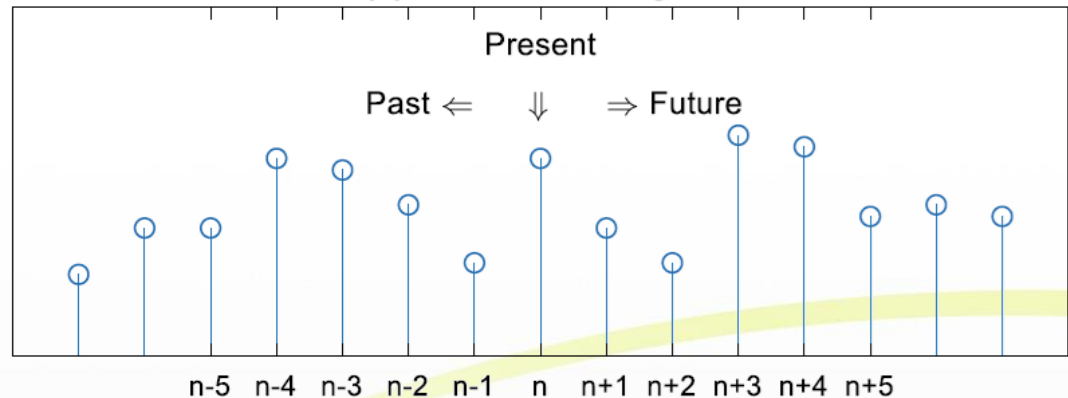
برای سیگنال زمان پیوسته از نماد قراردادی t داخل $()$ استفاده می‌گردد مثل $x(t)$
برای سیگنال زمان گسسته از نماد قراردادی n داخل $[]$ استفاده می‌گردد مثل $x[n]$

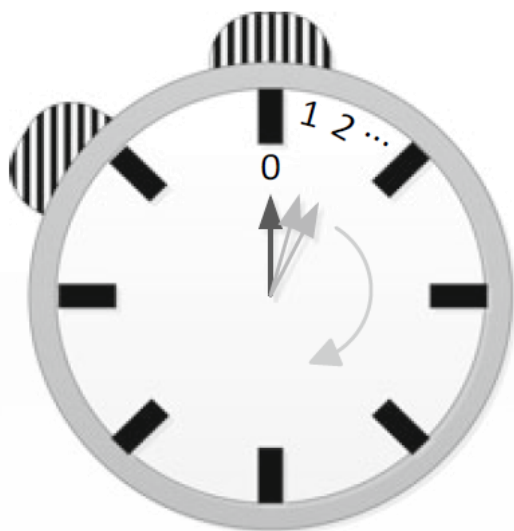


(a) The sequence of signal

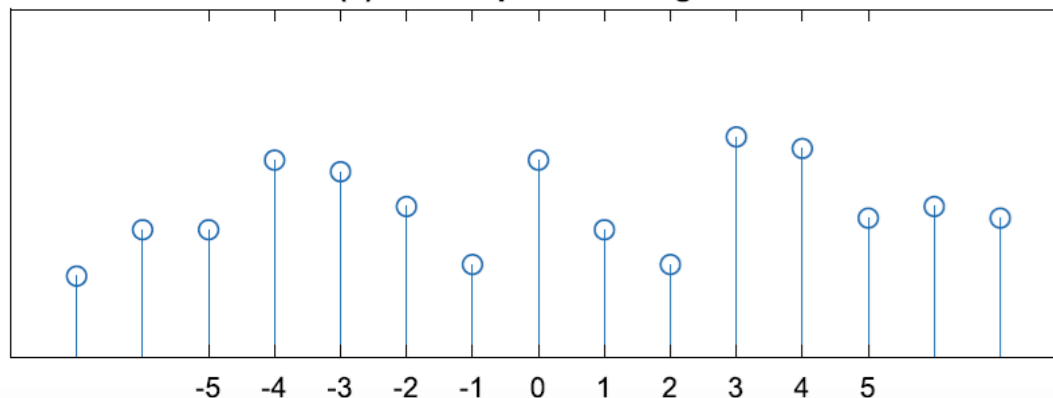


(b) The real-time signal

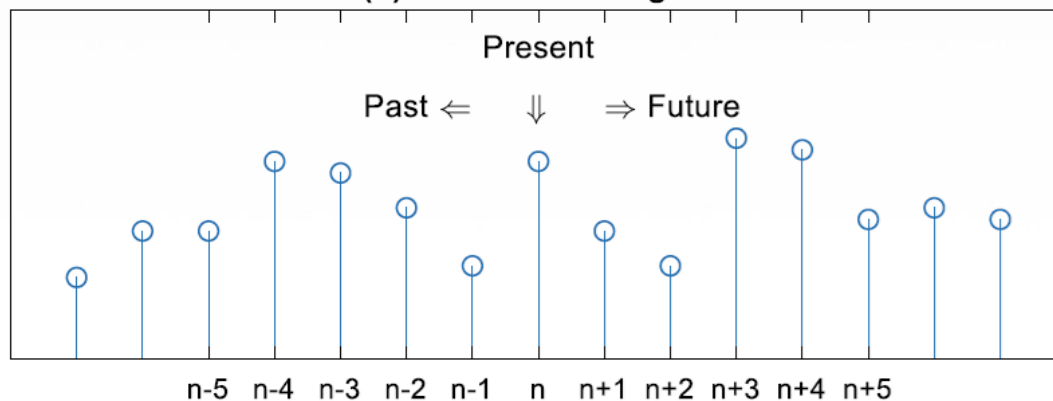




(a) The sequence of signal



(b) The real-time signal



سیگنال زمان گسسته سیگنالی است که صرفاً در مقادیر صحیح n مقدار دارد.

اگر در دنباله نمونه‌های سیگنال زمان گسسته، نمونه مربوط به زمان حال تعیین گردد نمونه‌های بعدی به عنوان آینده و نمونه‌های قبلی به عنوان گذشته تلقی می‌گردد.

تعیین خروجی سیستم بر اساس رابطه ورودی - خروجی

سیستمی با رابطه‌ی ورودی-خروجی و سیگنال ورودی زیر را در نظر بگیرید. هر نمونه خروجی با داشتن نمونه ورودی در همان زمان و دو نمونه قبل از آن قابل محاسبه است.

$$y[n] = \frac{1}{3}x[n] + \frac{1}{3}x[n-1] + \frac{1}{3}x[n-2]$$

$$x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)$$

عناوین بحث:

✓ سیگنال زمان گسسته

○ طراحی فیلتر دیجیتال (روند مفهومی) ←

○ معماری فیلتر (تبدیل روند مفهومی به فرمول ریاضی)

○ تعاریف و ملزومات فیلتر دیجیتال

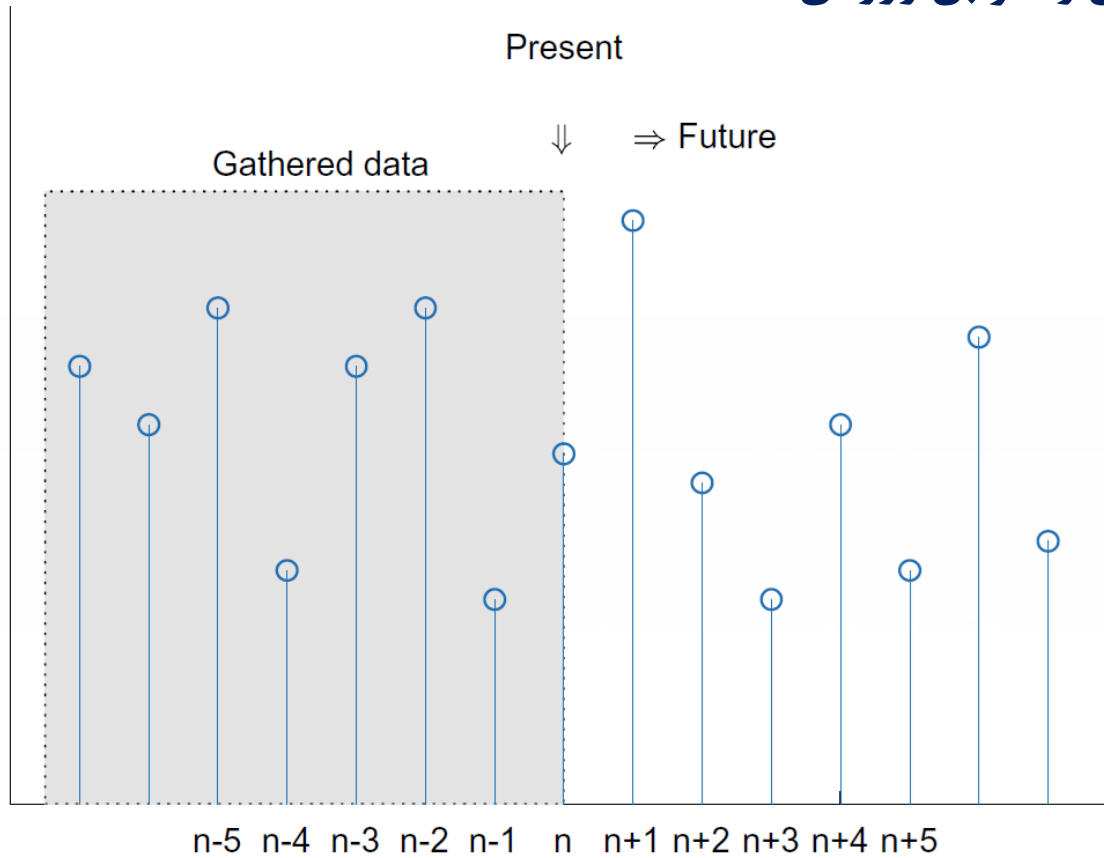
طراحی فیلتر دیجیتال (روند مفهومی)

توصیف مفهوم عام فیلتر (صافی)

منظور از فیلتر در مباحث پردازش سیگنال (فیلتر فرکانس گزین)

فیلتر فرکانس گزین (یا به بیان ساده تر، فیلتر)، مولفه های فرکانسی مطلوب را بدون تغییر نگه می دارد و مولفه های فرکانسی نامطلوب را حذف می کند.

تعیین خروجی فیلتر با استفاده از ورودی و سوابق ورودی:



$$y[n] = \frac{1}{N} \{x[n] + x[n-1] + x[n-2] + \dots + x[n-(N-1)]\}$$

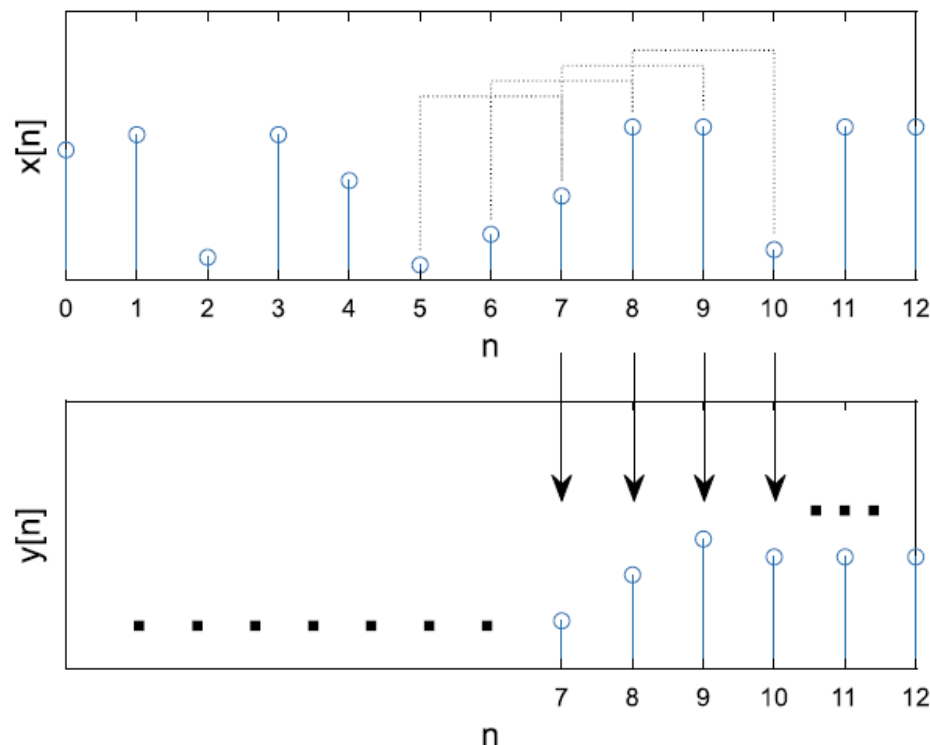
(فیلتر متوسط‌گیر دیجیتال با N نمونه اخیر داده)

مثال:

معادله فیلتر متوسط گیر دیجیتال با سه نمونه اخیر را بنویسید.

$$y[n] = \frac{1}{3} \{x[n] + x[n-1] + x[n-2]\}$$

روند ترسیمی محاسبه خروجی فیلتر:



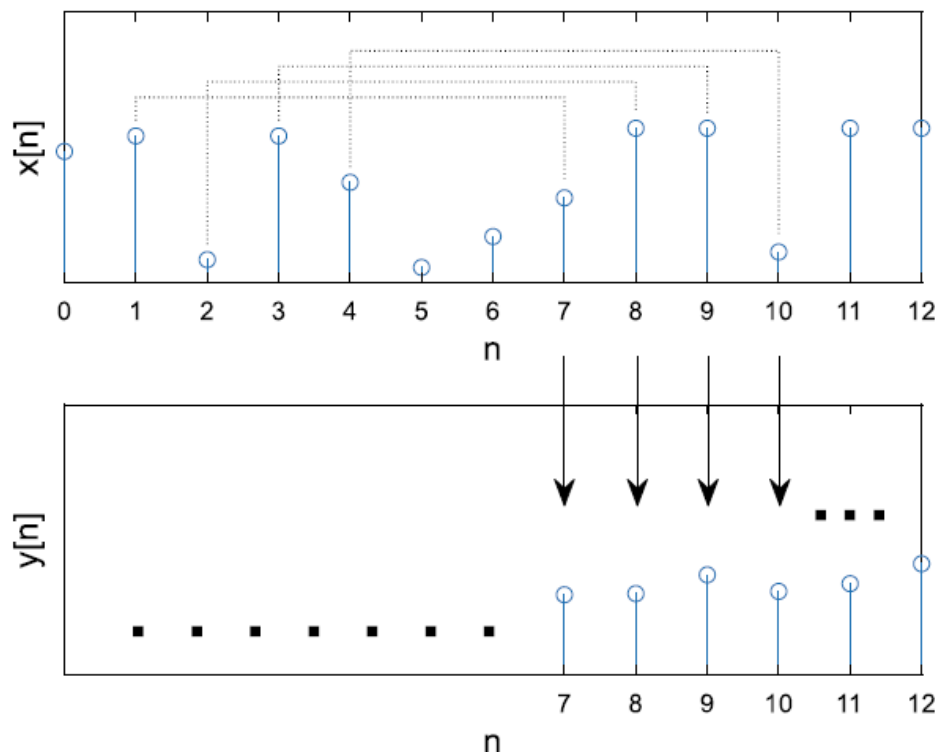
عمل متوسط گیری را می توان به عنوان مجموع وزن دار هم در نظر گرفت:

$$y[n] = \frac{1}{3} x[n] + \frac{1}{3} x[n-1] + \frac{1}{3} x[n-2]$$

مثال:

معادله فیلتر متوسط‌گیر دیجیتال با هفت نمونه اخیر را بنویسید.

$$y[n] = \frac{1}{7} \{x[n] + x[n-1] + \dots + x[n-5] + x[n-6]\}$$



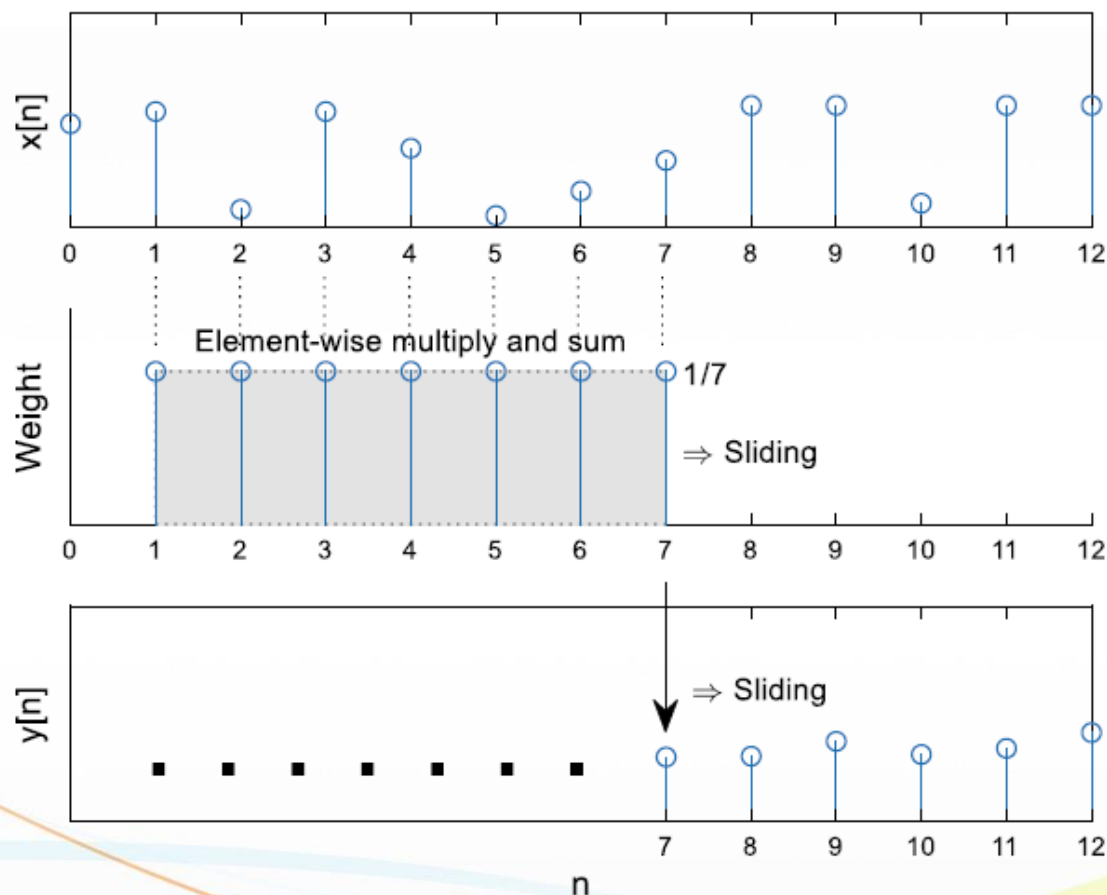
فیلتر متوسط‌گیر، فیلتری پایین‌گذر است.

فیلتر با طول هفت در مقایسه با فیلتر با طول سه، خروجی هموارتری ایجاد می‌کند.

تعبیر «مجموع وزن دار» به جای «متوسط گیری»:

پنجره وزن ها را می توان به صورت لغزان در نظر گرفت.

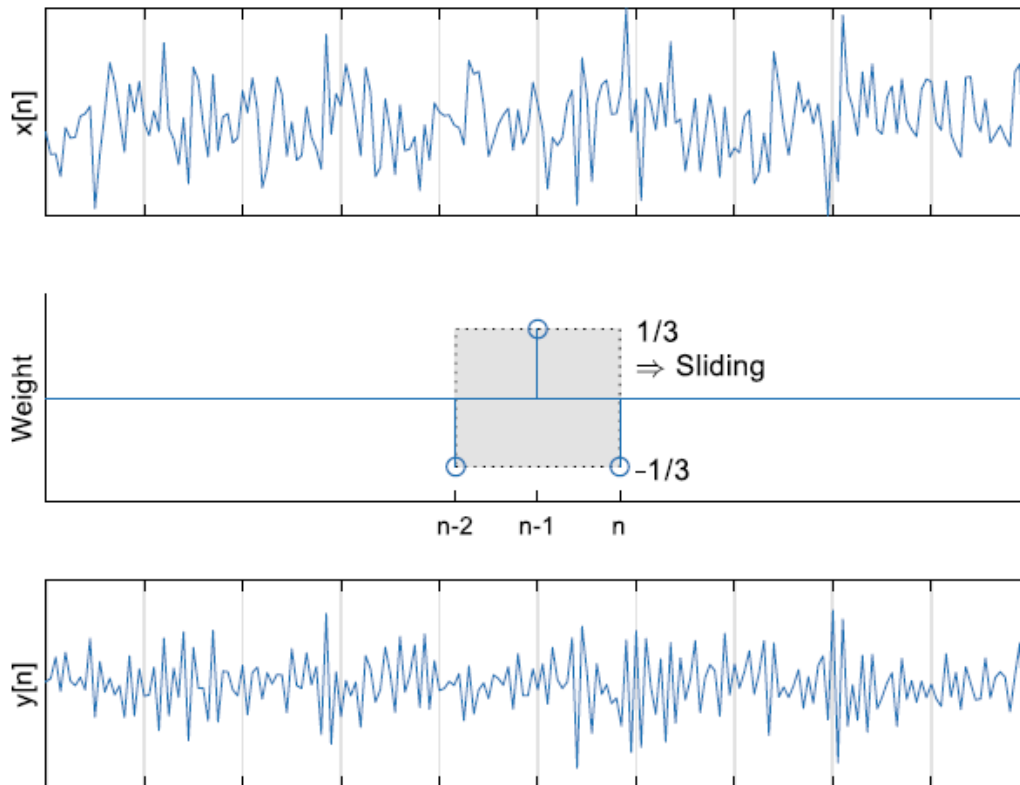
شکل پنجره لغزان تعیین کننده چگونگی دستکاری مولفه های فرکانسی توسط فیلتر است.



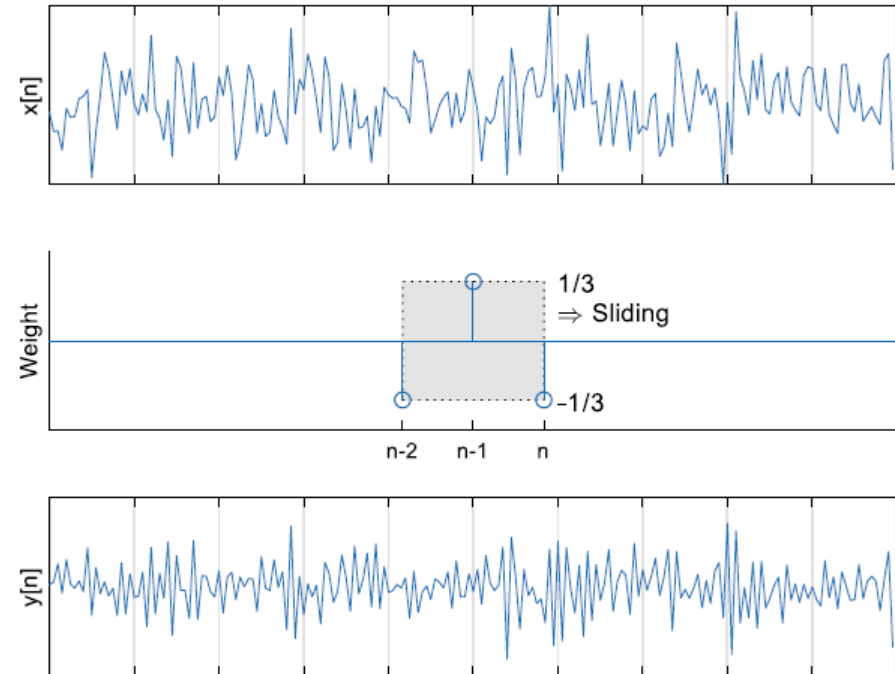
فیلتر بالاگذر:

اگر ضرایب فیلتر یک در میان مثبت و منفی شوند فیلتری بالاگذر خواهیم داشت.

$$y[n] = \frac{1}{3} \{-x[n] + x[n-1] - x[n-2]\}$$



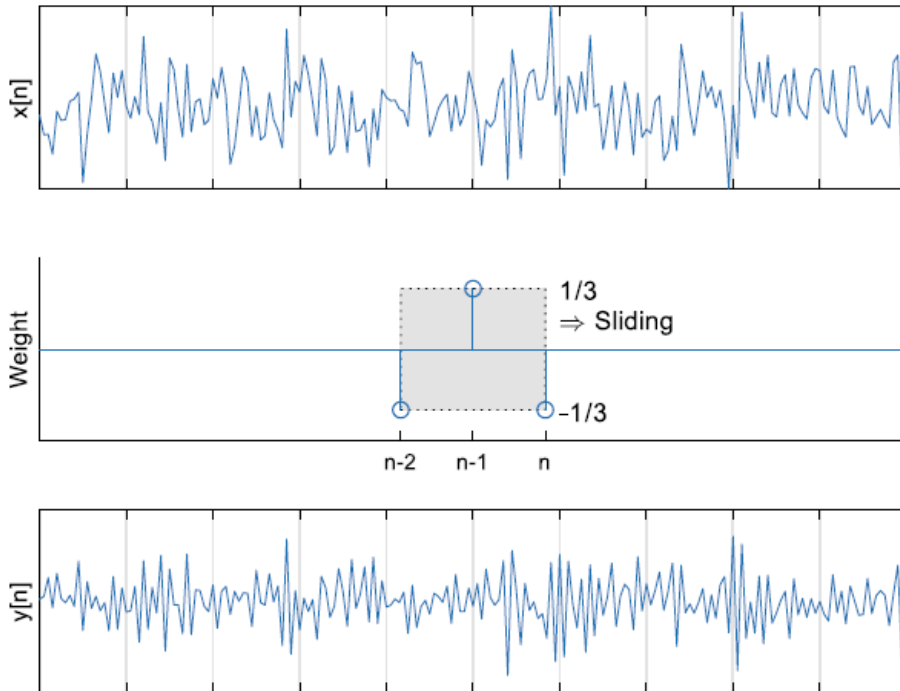
بررسی اثر شکل پنجره بر عملکرد فیلتر:



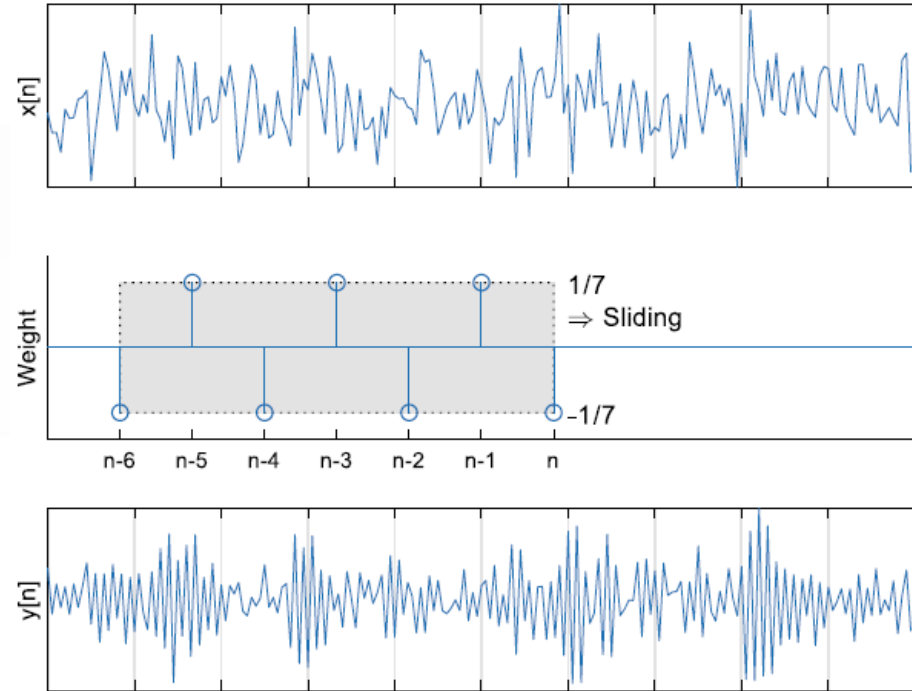
شکل پنجره می تواند تعیین کننده ماهیت عملکردی فیلتر (پایین گذر یا بالاگذر بودن) باشد.

بررسی اثر طول پنجره بر عملکرد فیلتر:

فیلتر متوسط‌گیر با سه نمونه اخیر



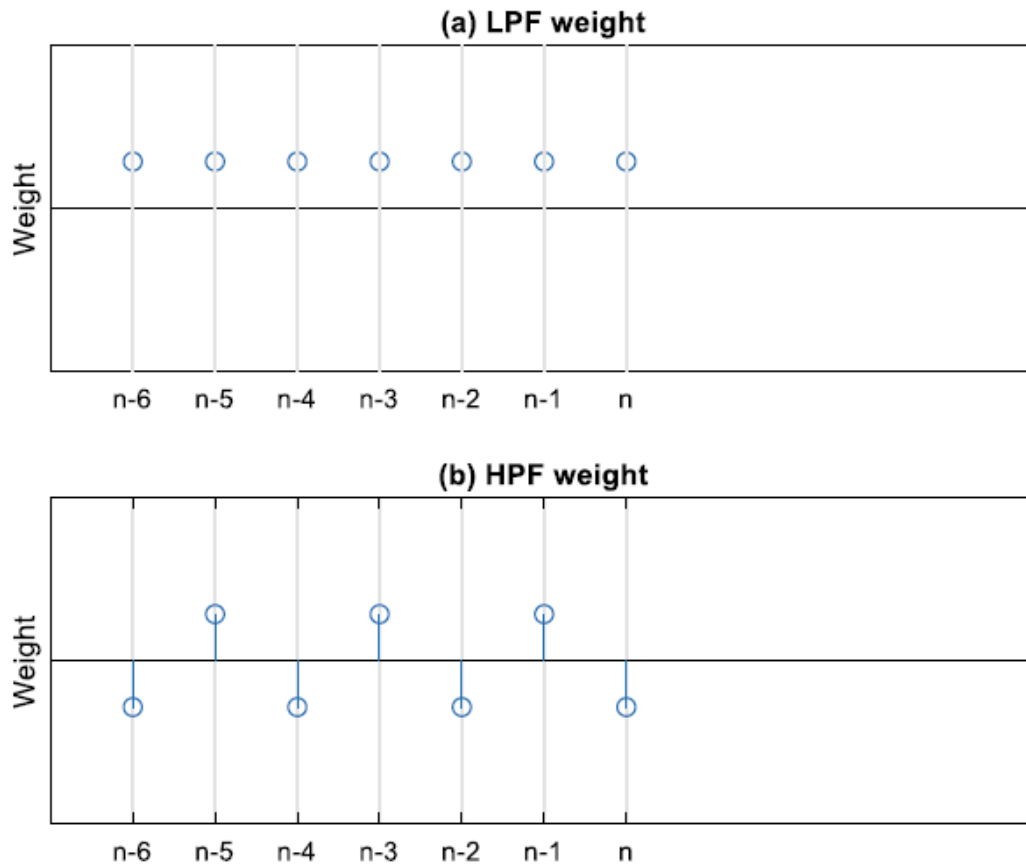
فیلتر متوسط‌گیر با هفت نمونه اخیر



هر چه طول پنجره فیلتر بزرگ‌تر باشد تمرکز فیلتر بر گزینش فرکانس بیشتر خواهد بود.

تعیین نوع فیلتر از شکل پنجره:

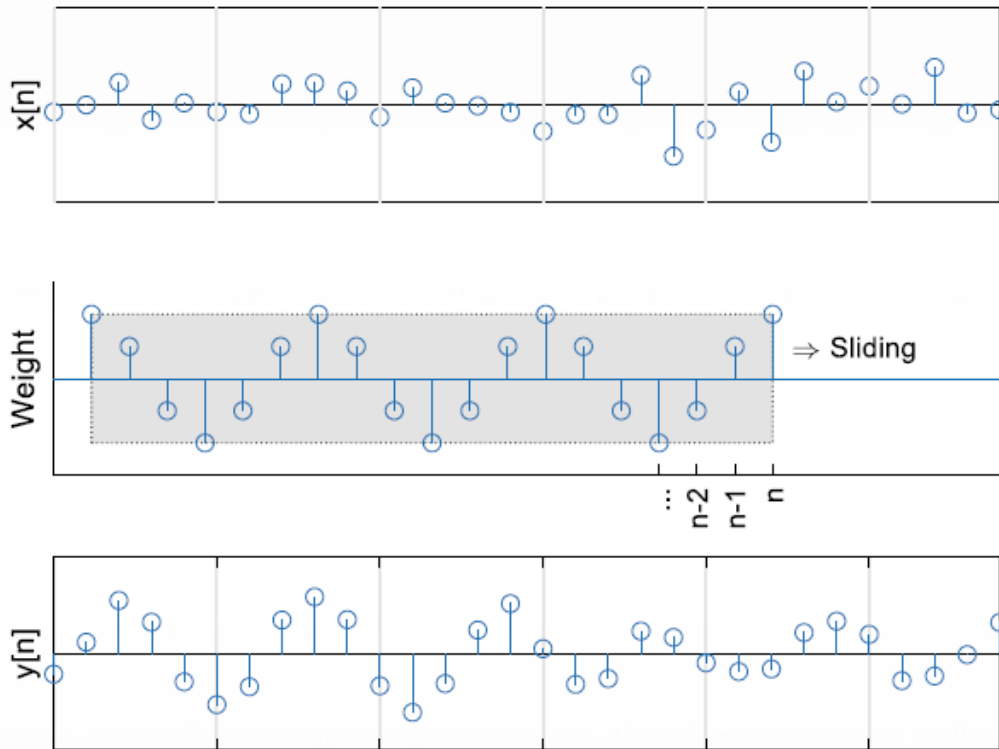
خروجی فیلتر از شکل پنجره تبعیت می‌کند. به بیان دیگر، همواری (smoothness) یا تضرص (roughness) پنجره تعیین کننده فرکانس هدفی است که از فیلتر عبور می‌کند.



پنجره برای گزینش فرکانس خاص:

شکل پنجره: سیگنال متناوب با تناوب ۶ نمونه و طول پنجره ۱۹ نمونه

$$y[n] = \sum_{k=0}^{18} x[n-k] \cos\left(\frac{2\pi k}{6}\right)$$



شکل خروجی فیلتر مشابه الگوی فیلتر است.
طولانی بودن پنجره فیلتر موجب تمرکز فیلتر
بر آن فرکانس خاص است.

عناوین بحث:

- ✓ سیگنال زمان گسسته
- ✓ طراحی فیلتر دیجیتال (روند مفهومی)
- ◯ معماری فیلتر (تبدیل روند مفهومی به فرمول ریاضی) ←
- ◯ تعاریف و ملزومات فیلتر دیجیتال

تبدیل روند مفهومی به فرمول ریاضی:

معادله فیلتر پایین‌گذر N نمونه‌ای را در نظر بگیرید که از N نمونه اخیر ورودی برای تعیین خروجی استفاده می‌کند.

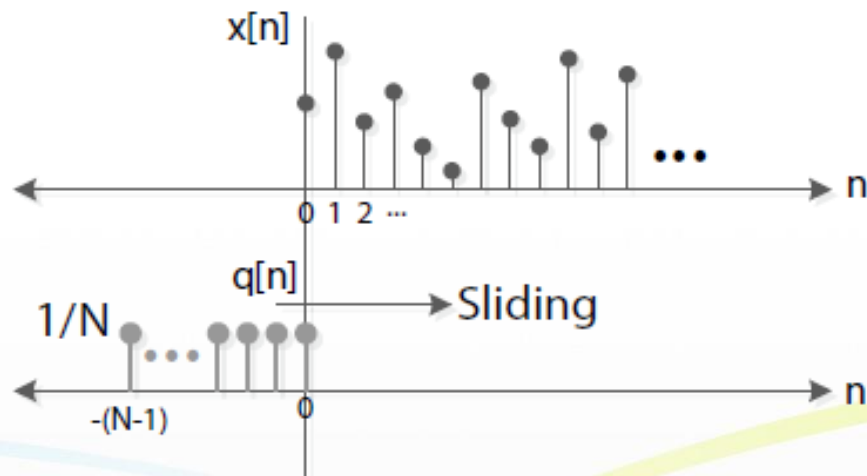
$$y[n] = \frac{1}{N}x[n] + \frac{1}{N}x[n-1] + \dots + \frac{1}{N}x[n-(N-1)]$$

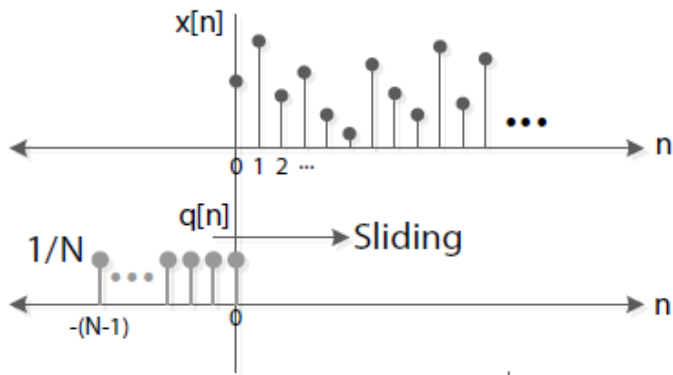
تفسیر اول: از متوسط‌گیری N نمونه اخیر ورودی برای تعیین خروجی استفاده می‌کند.

تفسیر دوم: از مجموع وزن‌دار N نمونه اخیر با وزن $\frac{1}{N}$ برای تعیین خروجی استفاده می‌کند.

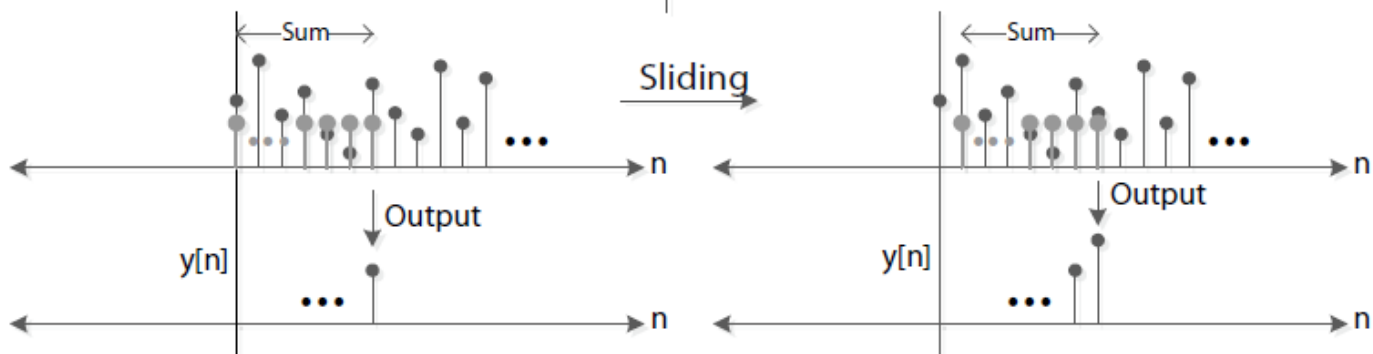
تفسیر سوم: از ضرب پنجره لغزان N نمونه‌ای در ورودی و جمع کردن حاصل ضرب‌ها استفاده می‌کند.

مقدار نمونه‌های پنجره لغزان: $q[0] = q[-1] = q[-2] = \dots = q[-(N-1)] = \frac{1}{N}$





N-1 اولین جایی است که سوابق ورودی کافی برای محاسبه خروجی در اختیار است.



$$y[N - 1] = q[-(N - 1)]x[0] + q[-(N - 2)]x[1] + \dots + q[0]x[N - 1]$$

$$y[N] = q[-(N - 1)]x[1] + q[-(N - 2)]x[2] + \dots + q[0]x[N]$$

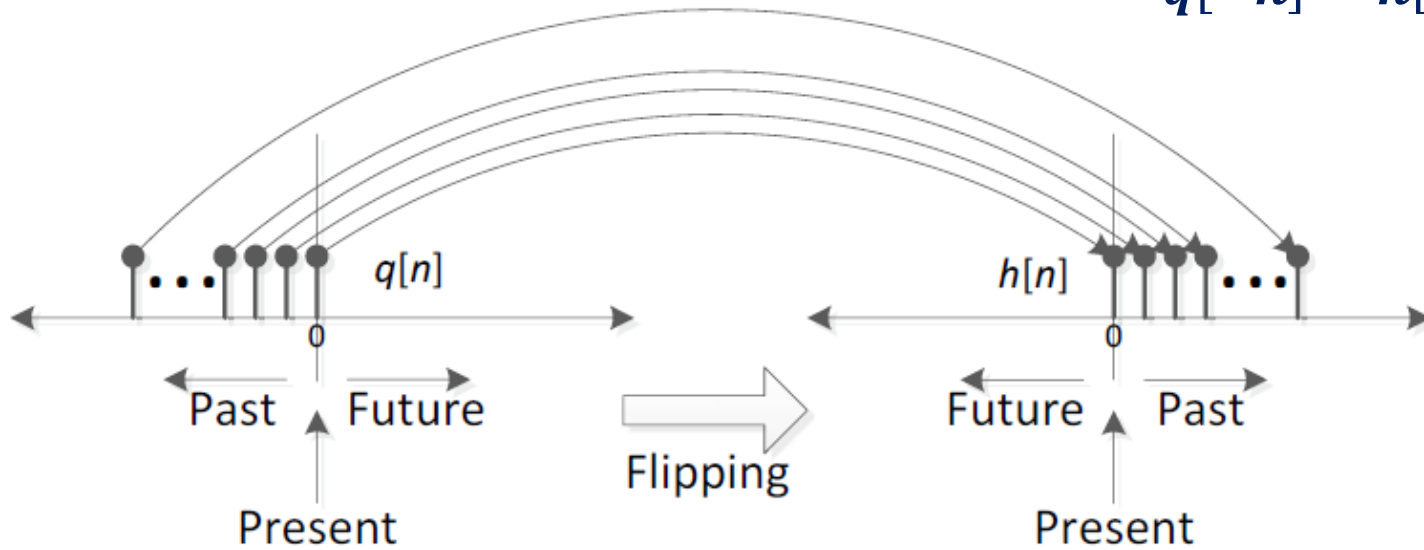
$$y[N + 1] = q[-(N - 1)]x[2] + q[-(N - 2)]x[3] + \dots + q[0]x[N + 1]$$

n نشانگر زمان فعلی است که می تواند از صفر تا بی نهایت تغییر کند.

$$y[n] = \sum_{k=0}^{N-1} x[n - k]q[-k]$$

فرم عمومی رابطه :

تغيير متغير: $q[-n] = h[n]$



$$y[n] = \sum_{k=0}^{N-1} x[n-k]q[-k]$$



$$y[n] = \sum_{k=0}^{N-1} x[n-k]h[k]$$

$$y[n] = \sum_{k=0}^{N-1} x[n-k]h[k]$$

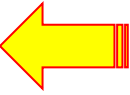


$h[n]$ پاسخ ضربه سیستم FIR است.

برای ارزیابی این موضوع می توان خروجی سیستم به ازای ورودی $x[n] = \delta[n]$ را تعیین نمود.

عناوین بحث:

- ✓ سیگنال زمان گسسته
- ✓ طراحی فیلتر دیجیتال (روند مفهومی)
- ✓ معماری فیلتر (تبدیل روند مفهومی به فرمول ریاضی)
- تعاریف و ملزومات فیلتر دیجیتال



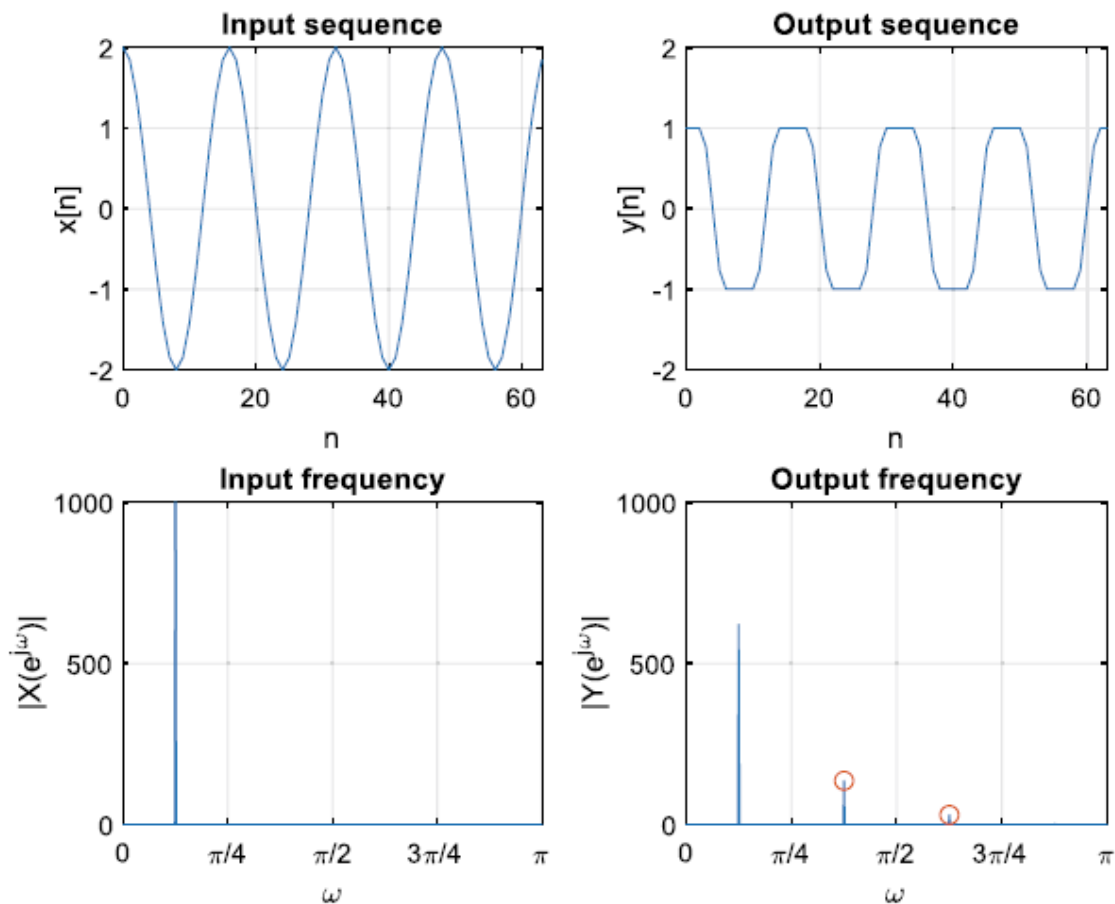
توصیف عملکرد فیلتر:

حذف یا تضعیف مولفه‌های فرکانسی نامطلوب (نویز) و حفظ یا تاکید بر مولفه‌های فرکانسی مطلوب (سیگنال)

مهم‌ترین نکته در تحقق فیلتر: با فیلتر کردن نباید هیچ مولفه فرکانسی جدیدی اضافه شود.

مثال:

بررسی عملکرد سیستم محدودکننده به «یک»



آیا با استفاده از خروجی مدار
محدودکننده می‌توان ورودی آن
را بازیابی نمود؟

مثال:

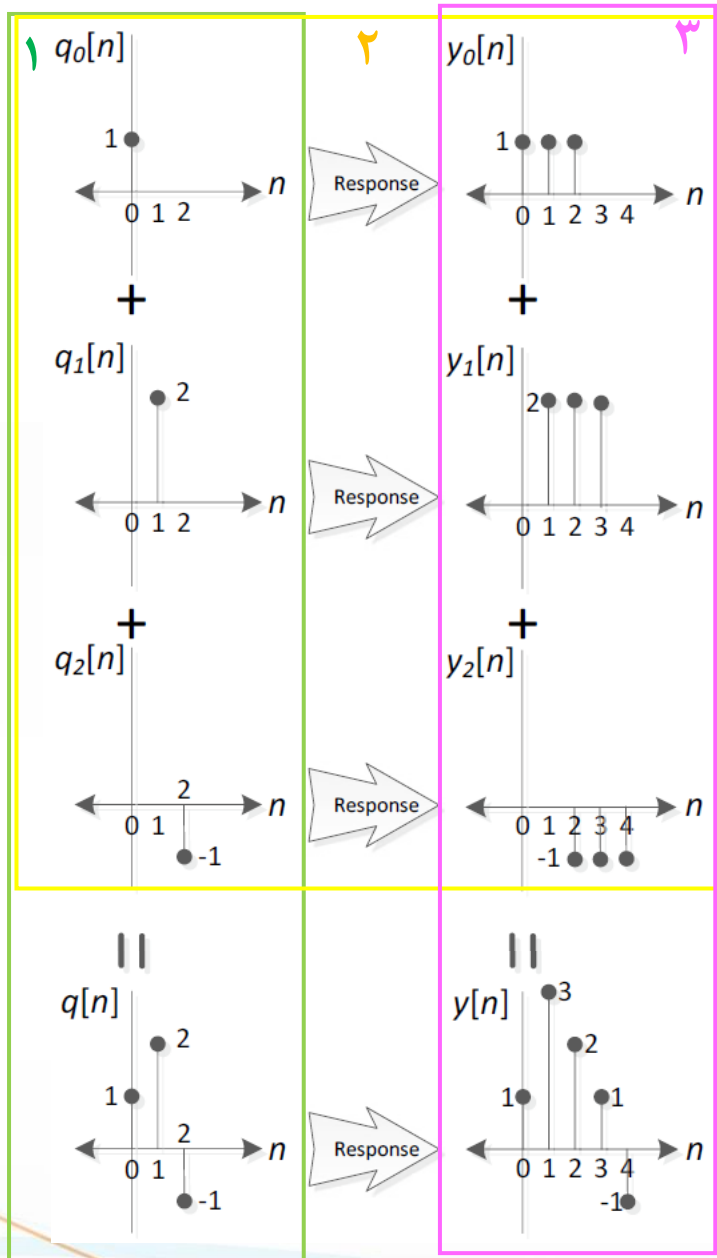
معادله‌ای را بنویسید (به بیان دیگر، رابطه ورودی-خروجی فیلتری را بنویسید) که مولفه فرکانس صفر را به سیگنال بیافزاید.

$$y[n] = x[n] + \text{constant}$$

حل:

تعیین پاسخ سیستم‌های LTI با داشتن ورودی و پاسخ ضربه:

- ۱- سیگنال ورودی را می‌توان به صورت ترکیب خطی از ضربه واحد و جابجا شده‌های آن نوشت.
- ۲- با جابجایی پاسخ ضربه، ضرب در ضریب مقیاس مناسب و محاسبه مجموع می‌توان پاسخ سیستم به ورودی دلخواه را به دست آورد.



عناوین بحث:

- ✓ سیگنال زمان گسسته
- ✓ طراحی فیلتر دیجیتال (روند مفهومی)
- ✓ معماری فیلتر (تبدیل روند مفهومی به فرمول ریاضی)
- ✓ تعاریف و ملزومات فیلتر دیجیتال

مثال مروری:

پاسخ یک فیلتر پایین‌گذر متوسط‌گیر سه نمونه‌ای را به هر یک از سیگنال‌های ورودی زیر به شیوه تحلیلی به دست آورید. نتایج به دست آمده را تحلیل کنید.

الف: $x_1[n] = 1$

ب: $x_2[n] = \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)$

ج: $x_3[n] = \cos\left(\frac{2\pi}{3}n + \frac{\pi}{3}\right)$

د: $x_4[n] = 1 + \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{3}n + \frac{\pi}{3}\right)$



هر خنری که در جستن آنی آنی ...