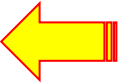


# مبحث اول

## سیستم‌های دیجیتال و اعداد باینری

# فهرست مطالب

- سیستم دیجیتال 
- مبنای اعداد
- تبدیل مبنای اعداد
- مکمل
- تفریق با استفاده از مکمل
- اعداد باینری علامت‌دار
- جمع و تفریق اعداد علامت‌دار
- کدهای باینری
- ثبات‌ها و حافظه‌های باینری
- منطق باینری

# سیستم دیجیتال

## ❖ سیستم دیجیتال:

سیستمی که به دستکاری اجزای گسسته‌ی اطلاعات می‌پردازد.

کامپیوترهای دیجیتال اولیه اغلب برای محاسبات عددی استفاده می‌شدند. اجزای گسسته‌ی اطلاعات در این سیستم‌ها، رقم‌ها (**digits**) بودند از این رو اصطلاح **digital computers** به آنها اطلاق گردید.

## اجزای گسسته:

➤ ایمپالس‌های الکتریکی

➤ رقم‌های دهدهی

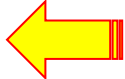
➤ حروف الفبا

➤ اعمال ریاضی

➤ علائم نقطه‌گذاری



# فهرست مطالب

- سیستم دیجیتال
- مبنای اعداد 
- تبدیل مبنای اعداد
- مکمل
- تفریق با استفاده از مکمل
- اعداد باینری علامت‌دار
- جمع و تفریق اعداد علامت‌دار
- کدهای باینری
- ثبات‌ها و حافظه‌های باینری
- منطق باینری

# مبنای اعداد

$$7392 = 7 \times 1000 + 3 \times 100 + 9 \times 10 + 2$$

$$= 7 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 2 \times 10^0$$

موقعیت رقم

مبنای عدد

بنابراین در حالت کلی می توان نوشت:

$$(a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0 . a_{-1} \dots a_{-m})_r \quad 0 \leq a_i \leq r - 1$$

$$= a_n r^n + a_{n-1} r^{n-1} + \dots + a_1 r^1 + a_0 r^0 + a_{-1} r^{-1} + \dots + a_{-m} r^{-m}$$

# ❖ مقدار دهدهی، باینری، اکتال و هگزادسیمال اعداد صفر تا پانزده:

Decimal	Binary	Octal	Hexadecimal
0	0000	00	0
1	0001	01	1
2	0010	02	2
3	0011	03	3
4	0100	04	4
5	0101	05	5
6	0110	06	6
7	0111	07	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

## مثال: محاسبات در مبنای ۲

اعمال محاسباتی زیر را در مبنای دو انجام دهید.

$$(101101)_2 + (100111)_2 = ?$$

$$(101101)_2 - (100111)_2 = ?$$

$$(1011)_2 \times (101)_2 = ?$$

## مثال: محاسبات در مبنای ۲

اعمال محاسباتی زیر را در مبنای هفت انجام دهید.

$$(35)_7 + (43)_7 = ?$$

$$(61)_7 - (16)_7 = ?$$

$$(66)_7 \times (66)_7 = ?$$



# فهرست مطالب

سیستم دیجیتال

مبنای اعداد

تبدیل مبنای اعداد 

مکمل

تفریق با استفاده از مکمل

اعداد باینری علامت‌دار

جمع و تفریق اعداد علامت‌دار

کدهای باینری

ثبات‌ها و حافظه‌های باینری

منطق باینری

# تبدیل مبنای اعداد

- تبدیل از مبنای ۲ به مبنای ۱۰
- تبدیل از مبنای ۱۰ به مبنای ۲ (بخش صحیح و بخش اعشاری)
- تبدیل اعداد باینری، اکتال و هگزادسیمال به یکدیگر
- تبدیل از مبنای ۲ به مبنای ۵

## ❖ تبدیل از مبنای ۲ به مبنای ۱۰:



برای تبدیل از مبنای ۲ به مبنای ۱۰ چه پیشنهادی دارید؟

با استفاده از رابطه‌ی زیر می‌توان به سادگی معادل دهدهی هر عدد مبنای ۲ را به دست آورد.

$$(a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0 . a_{-1} \dots a_{-m})_r \quad 0 \leq a_i \leq r - 1$$

$$= a_n r^n + a_{n-1} r^{n-1} + \dots + a_1 r^1 + a_0 r^0 + a_{-1} r^{-1} + \dots + a_{-m} r^{-m}$$

مثال: تبدیل اعداد مبنای ۲ به دهدهی

معادل دهدهی اعداد زیر را بیابید.

الف :  $(11010.11)_2$

ب :  $(B65F)_{16}$

ج :  $(4021.2)_5$

د :  $(630.4)_8$

## ❖ تبدیل از مبنای ۱۰ به مبنای ۲ (بخش صحیح) :

بدین منظور، عدد دهدهی را بر ۲ تقسیم می‌کنیم تا خارج قسمت و باقیمانده به دست آید. باقیمانده را نگه می‌داریم و خارج قسمت را دوباره بر ۲ تقسیم می‌کنیم تا خارج قسمت و باقیمانده‌ی جدید به دست آید و ...

این روند را تا آنجا ادامه می‌دهیم که خارج قسمت صفر شود. مقادیر باقیمانده را از آخرین مرحله به اولین مرحله‌ی محاسبات از چپ به راست، کنار هم می‌نویسیم و مبنای ۲ را درج می‌کنیم تا نتیجه حاصل گردد.

مثال: تبدیل اعداد مبنای ۱۰ به مبنای ۲ (بخش صحیح)

الف: معادل باینری عدد دهدهی صحیح ۴۱ را به دست آورید.

ب: معادل اُکتال عدد دهدهی صحیح ۱۵۳ را به دست آورید.

## ❖ تبدیل از مبنای ۱۰ به مبنای ۲ (بخش اعشاری) :

بدین منظور، عدد را در ۲ ضرب می‌کنیم تا حاصل که شامل یک بخش صحیح (یک رقم صحیح در مبنای ۲) و یک بخش اعشاری است به دست آید. بخش صحیح را نگه می‌داریم و بخش اعشاری حاصل را دوباره در ۲ ضرب می‌کنیم تا ...

این روند را تا آنجا ادامه می‌دهیم که بخش اعشاری صفر شود یا تعداد رقم‌های مورد نیاز حاصل گردد. مقادیر صحیح حاصل را از اولین مرحله به آخرین مرحله از چپ به راست، پس از نقطه‌ی مبنا می‌نویسیم و مبنای ۲ را درج می‌کنیم تا نتیجه حاصل شود.

مثال: تبدیل اعداد مبنای ۱۰ به مبنای ۲ (بخش اعشاری)

الف: معادل باینری عدد دهدهی اعشاری  $0.6875$  را به دست آورید.

ب: معادل اُکتال عدد دهدهی اعشاری  $0.513$  را به دست آورید.



## ❖ تبدیل از مبنای ۱۰ به مبنای ۲:

بدین منظور، کافی است بخش‌های صحیح و اعشاری به روش ذکر شده به مبنای ۲ تبدیل شده و در کنار هم بازنویسی شوند.

**مثال: تبدیل اعداد مبنای ۱۰ به مبنای ۲**

الف: معادل باینری عدد دهدهی  $41/6875$  را به دست آورید.

ب: معادل اکتال عدد دهدهی  $153/513$  را به دست آورید.

## ❖ تبدیل اعداد باینری، اکتال و هگزادسیمال به یکدیگر:

این تبدیل‌ها چه ویژگی خاصی دارند؟  
و چرا قصد داریم به این تبدیل‌ها به طور خاص بپردازیم؟



از آنجا که  $2^3=8$  و  $2^4=16$  است تبدیل مبنای ۲، ۸ و ۱۶ به یکدیگر به سادگی قابل انجام است.

## ❖ تبدیل اعداد باینری به اُکتال و هگزادسیمال:

✓ برای تبدیل عدد **باینری** به **اُکتال**، رقم‌ها با شروع از نقطه‌ی **باینری** به گروه‌های ۳ تایی تقسیم شده و هر گروه با رقم معادل **اُکتال** آن جایگزین می‌گردد.

✓ برای تبدیل عدد **باینری** به **هگزادسیمال**، رقم‌ها با شروع از نقطه‌ی **باینری** به گروه‌های ۴ تایی تقسیم شده و هر گروه با رقم معادل **هگزادسیمال** آن جایگزین می‌گردد.

**مثال: تبدیل اعداد باینری به اُکتال و هگزادسیمال**

**عدد باینری زیر را به اکتال و هگزادسیمال تبدیل کنید:**

**$(10110001101011.11110000011)_2$**

## ❖ تبدیل اعداد اکتال و هگزادسیمال به باینری :

✓ برای تبدیل عدد اکتال به باینری، هر رقم اکتال با گروه ۳ رقمی باینری معادل جایگزین می‌گردد.

✓ برای تبدیل عدد هگزادسیمال به باینری، هر رقم هگزادسیمال با گروه ۴ رقمی باینری معادل جایگزین می‌گردد.

مثال: تبدیل اعداد اُکتال و هگزادسیمال به باینری

اعداد داده شده را به باینری تبدیل کنید:

الف :  $(673.124)_8$

ب :  $(306.D)_{16}$

## ❖ تبدیل اعداد اُکتال و هگزادسیمال به یکدیگر:

✓ برای تبدیل عدد هگزادسیمال به اُکتال یا برعکس، عدد را به **باینری** تبدیل نموده و سپس عدد **باینری** حاصل را به مبنای مطلوب تبدیل می‌کنیم.



مثال: تبدیل اعداد اُکتال و هگزادسیمال به یکدیگر

معادل اُکتال عدد هگزادسیمال  $(306.D)_{16}$  را به دست آورید.

## ❖ تبدیل از مبنای ۲ به مبنای S :

بدین منظور، ابتدا معادل دهدهی عدد مبنای ۲ را به دست می‌آوریم، سپس معادل مبنای S عدد دهدهی حاصل از مرحله قبل را تعیین می‌کنیم.

مثال: تبدیل از مبنای ۲ به ۵

معادل مبنای ۹ عدد  $(1324)_5$  را به دست آورید.

# فهرست مطالب

سیستم دیجیتال

مبنای اعداد

تبدیل مبنای اعداد

مکمل 

تفریق با استفاده از مکمل

اعداد باینری علامت‌دار

جمع و تفریق اعداد علامت‌دار

کدهای باینری

ثبات‌ها و حافظه‌های باینری

منطق باینری

# مکمل

## مکمل‌ها:

✓ مکمل مینا

✓ مکمل مینای کاهش یافته

## واژه‌نامه:

complement	مکمل
radix complement	مکمل مینا
diminished radix complement	مکمل مینای کاهش یافته

❖ مکمل مبنا و مکمل مبنای کاهش یافته برای اعداد دودویی و دهدهی:

مکمل مبنا (مکمل ۲)	مکمل مبنای کاهش یافته (مکمل ۱-۲)	
مکمل ۲	مکمل ۱	برای اعداد باینری
مکمل ۱۰	مکمل ۹	برای اعداد دهدهی

## ❖ مکمل مبنای کاهش یافته:

فرض کنید  $N$  عددی  $n$  رقمی در مبنای  $r$  باشد؛ مکمل مبنای کاهش یافته  $N$  برابر است با:

$$\begin{aligned} (r-1)\text{'s complement of } N &= (r \text{ مبنای } n \text{ رقمی مبنای } r) - N \\ &= (r^n - 1) - N \end{aligned}$$

## مثال: مکمل مبنای کاهش یافته

مکمل ۹ عددهای دهدهی شش رقمی زیر را بیابید.

الف: ۵۴۶۷۰۰

ب: ۰۱۲۳۹۸

برای به دست آوردن مکمل ۹ یک عدد دهدهی لازم است هر رقم آن با تفاضل آن از ۹ جایگزین گردد.





## مثال: مکمل مبنای کاهش یافته

مکمل یک اعداد باینری هفت بیتی زیر را بیابید.

الف:  $(1011000)_2$

ب:  $(0101101)_2$

از آنجا که  $1-1=0$  و  $1-0=1$  است، برای به دست آوردن مکمل یک عدد باینری تنها لازم است صفرها با یک و یکها با صفر جایگزین گردند.



## ❖ مکمل مینا:

فرض کنید  $N$  عددی  $n$  رقمی در مینای  $r$  باشد؛ مکمل مینای عدد  $N$  برابر است با:

$$\begin{aligned} r\text{'s complement of } N &= ( \text{مکمل مینای کاهش یافته ی عدد} ) + 1 \\ &= r^n - N \end{aligned}$$

## مثال: مکمل مینا

مکمل ۱۰ عدد دهمی چهار رقمی ۲۳۸۹ و مکمل ۲ی عدد باینری شش بیتی ۱۰۱۱۰۰ را تعیین کنید.

## مثال: مکمل مینا

مکمل ۱۰ اعداد دهدهی چهاررقمی ۱۲۳۴، ۱۲۳۰ و ۱۲۰۰ را به دست آورید.

آیا می‌توانید قاعده‌ای برای به دست آوردن سریع مکمل ۱۰ عددهای دهدهی پیشنهاد کنید؟

برای به دست آوردن **مکمل ۲** یک عدد، صفرهای کم‌ارزش بدون تغییر باقی می‌مانند، اولین رقم کم‌ارزش غیر صفر از ۲ و بقیه‌ی رقم‌ها از  $(2-1)$  کم می‌شوند.



مثال: مکمل ۱۰

مکمل ۱۰ اعداد دهدهی شش رقمی ۰۱۲۳۹۸ و ۲۴۶۷۰۰ را بیابید.

## مثال: مکمل ۲

مکمل ۲ اعداد باینری ۱۱۰۱۱۰۰ و ۰۱۱۰۱۱۱ را بیابید.

آیا می‌توانید قاعده‌ای برای به دست آوردن سریع مکمل ۲ عددهای دودویی پیشنهاد کنید؟

برای به دست آوردن **مکمل ۲** یک عدد باینری،  
صفرهای کم‌ارزش و اولین ۱ بدون تغییر باقی می‌مانند و  
بقیه‌ی صفرها به یک و یک‌ها به صفر تبدیل می‌شوند.



## ❖ به دست آوردن مکمل عدد دارای نقطه مبنا :

اگر عددی که می‌خواهیم مکمل آن را حساب کنیم دارای نقطه مبنا (radix point) باشد، به طور موقت آن را حذف نموده، مکمل  $r$  یا مکمل  $r-1$  را به دست آورده و سپس نقطه مبنا در همان محل درج می‌گردد.

## مثال: مکملِ مکملِ یک عدد

مکمل ۱۰ عدد دهمی شش رقمی ۲۳۴۵۶۷ را به دست آورید. سپس مکمل ۱۰ حاصل را به دست آورید. از این مثال چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

توجه: مکملِ مکملِ عدد برابر خود عدد خواهد بود.





# فهرست مطالب

سیستم دیجیتال

مبنای اعداد

تبدیل مبنای اعداد

مکمل

تفریق با استفاده از مکمل 

اعداد باینری علامت‌دار

جمع و تفریق اعداد علامت‌دار

کدهای باینری

ثبات‌ها و حافظه‌های باینری

منطق باینری

## ❖ تفریق اعداد بدون علامت با استفاده از مکمل $r$ :

تفاضل دو عدد بدون علامت  $M$  و  $N$  در مبنای  $r$   $(M-N)$

۱  $M$  را با مکمل  $r$  عدد  $N$  جمع کنید:  $M + (r^n - N) = M - N + r^n$

۲ اگر  $N \leq M$  باشد، مجموع، یک رقم نقلی انتهایی تولید خواهد کرد که از آن چشم پوشی می‌شود و حاصل  $M-N$  خواهد بود.

۳ اگر  $N > M$  باشد، مجموع، نقلی انتهایی نخواهد داشت و مجموع، مکمل  $r$  عدد  $N-M$

خواهد بود.  $M + (r^n - N) = r^n - (N - M)$

برای دستیابی به پاسخ، مکمل  $r$  مجموع را تعیین نموده و یک علامت منفی در کنار آن قرار می‌دهیم.

مثال: تفریق اعداد بدون علامت با استفاده از مکمل ۱۰

برای اعداد دهدهی  $X = ۷۲۵۳۲$  و  $Y = ۳۲۵۰$  با استفاده از مکمل ۱۰، تفاضلهای زیر را انجام

دهید.

الف:  $X - Y$

ب:  $Y - X$

هنگام انجام عمل تفاضل، تعداد رقمهای دو عدد باید یکسان باشد.



مثال: تفریق اعداد بدون علامت با استفاده از مکمل ۲

برای اعداد باینری  $X = 1010100$  و  $Y = 1000011$  با استفاده از مکمل ۲، تفاضل‌های زیر را انجام دهید.

الف:  $X - Y$

ب:  $Y - X$

## ❖ تفریق اعداد بدون علامت با استفاده از مکمل $r-1$ :

تفریق دو عدد بدون علامت  $M$  و  $N$  در مبنای  $r-1$   $(M-N)$

۱  $M$  را با مکمل  $r-1$  عدد  $N$  جمع کنید :  $M + (r^n - 1 - N) = M - N + r^n - 1$

۲ اگر  $M > N$  باشد، مجموع، یک رقم نقلی انتهایی خواهد داشت. نقلی انتهایی را حذف نموده و حاصل را با ۱ جمع می‌کنیم تا پاسخ به دست آید.

۳ اگر  $M \leq N$  باشد، مجموع، نقلی انتهایی نخواهد داشت. برای دستیابی به پاسخ، مکمل  $r-1$  مجموع را تعیین نموده و یک علامت منفی در کنار آن قرار می‌دهیم.

$$M + (r^n - 1 - N) = r^n - 1 - (N - M)$$

مثال: تفریق اعداد بدون علامت با استفاده از مکمل ۱

برای اعداد باینری  $X = 1010100$  و  $Y = 1000011$  با استفاده از مکمل ۱، تفاضلهای زیر را انجام دهید.

الف:  $X - Y$

ب:  $Y - X$

# فهرست مطالب

- سیستم دیجیتال
- مبنای اعداد
- تبدیل مبنای اعداد
- مکمل
- تفریق با استفاده از مکمل
- اعداد باینری علامت دار 
- جمع و تفریق اعداد علامت دار
- کدهای باینری
- ثباتها و حافظه‌های باینری
- منطق باینری

# اعداد باینری علامت دار

❖ **بازنمایی اعداد باینری علامت دار:**

➤ قرارداد اندازه-علامت

➤ سیستم مکمل-علامت

## در سیستم مکمل - علامت:

- اعداد مثبت همگی با صفر و اعداد منفی همگی با یک آغاز می‌گردند.
- هم می‌توان از مکمل ۲ و هم از مکمل ۱ استفاده کرد؛ هر چند مکمل ۲ متداول‌تر است.

**واژه‌نامه:**

Signed magnitude convention

Signed complement system

قرارداد اندازه-علامت

سیستم مکمل-علامت





مثال: شیوه‌های مختلف بازنمایی اعداد باینری علامت‌دار

در حالت باینری ۸ بیتی، اعداد  $+۹$  و  $-۹$  چگونه نمایش داده می‌شوند. برای عدد منفی، هر سه شیوه را ذکر کنید.

## اعداد باینری علامت‌دار ۴ بیتی: ❖

Binary Code	Signed magnitude	Signed 1's Complement	Signed 2's Complement
0000	+ 0	+ 0	+ 0
0001	+ 1	+ 1	+ 1
0010	+ 2	+ 2	+ 2
0011	+ 3	+ 3	+ 3
0100	+ 4	+ 4	+ 4
0101	+ 5	+ 5	+ 5
0110	+ 6	+ 6	+ 6
0111	+ 7	+ 7	+ 7
1000	- 0	- 7	- 8
1001	- 1	- 6	- 7
1010	- 2	- 5	- 6
1011	- 3	- 4	- 5
1100	- 4	- 3	- 4
1101	- 5	- 2	- 3
1110	- 6	- 1	- 2
1111	- 7	- 0	- 1

# فهرست مطالب

- سیستم دیجیتال
- مبنای اعداد
- تبدیل مبنای اعداد
- مکمل
- تفریق با استفاده از مکمل
- اعداد باینری علامت‌دار
- جمع و تفریق اعداد علامت‌دار 
- کدهای باینری
- ثبات‌ها و حافظه‌های باینری
- منطق باینری

# جمع و تفریق اعداد علامت دار

- ❖ جمع حسابی - قرارداد اندازه علامت
- ❖ جمع حسابی اعداد باینری - سیستم مکمل ۲ - علامت
- ❖ تفریق حسابی

## ❖ جمع حسابی - قرارداد اندازه علامت

هنگام جمع کردن دو عدد **علامت‌دار**، چنانچه از نمایش اندازه - علامت برای اعداد منفی استفاده شده باشد:

✓ اگر هر دو **هم علامت باشند**، اندازه‌ی دو عدد با هم جمع می‌شوند و از علامت مشترک برای حاصل استفاده می‌گردد.

✓ اگر دو عدد **هم علامت نباشند**، اندازه‌ی عدد بزرگتر منهای اندازه‌ی عدد کوچکتر شده و علامت عدد بزرگتر برای حاصل درج می‌گردد.

بنابراین در این روش برای محاسبه‌ی مجموع دو عدد علامت‌دار، گاهی به مقایسه‌ی اندازه‌ی دو عدد و محاسبه‌ی تفریق اندازه‌ی دو عدد نیاز می‌شود که هنگام استفاده از سیستم کامپیوتری در انجام محاسبات مطلوب نیست.

## ❖ جمع حسابی اعداد باینری - سیستم مکمل ۲ - علامت

□ برای جمع کردن دو عدد باینری **علامت‌دار**، با نمایش اعداد منفی به صورت مکمل ۲ - **علامت‌دار**، دو عدد با لحاظ کردن بیت علامت با هم جمع می‌شوند. از بیت نقلی خروجی چشم‌پوشی می‌گردد.

## مثال: جمع اعداد علامت‌دار

در حالت باینری ۸ بیتی، با استفاده از نمایش علامت‌دار مکمل ۲، محاسبات زیر را انجام دهید.

الف:  $(+6) + (+13)$

ب:  $(-6) + (+13)$

ج:  $(+6) + (-13)$

د:  $(-6) + (-13)$

### سرریز:

اگر تعداد بیت‌ها گنجایش بازنمایی حاصل را نداشته باشد سرریز رخ می‌دهد و دیگر نتیجه معتبر نخواهد بود.

یکسان نبودن نقلی انتهایی و نقلی مرحله قبل نشانگر سرریز است.



## ❖ تفریق حسابی

□ در صورت استفاده از نمایش علامت‌دار مکمل ۲، برای تفریق ۲ عدد لازم است عدد دوم را مکمل ۲ نموده با عدد اول جمع کنیم:

$$A - B = A + (-B)$$



## مثال: تفریق اعداد علامت‌دار

در حالت باینری ۸ بیتی، با استفاده از نمایش علامت‌دار مکمل ۲، تفریق زیر را انجام دهید.

(-6) - (-13)

# فهرست مطالب

- سیستم دیجیتال
- مبنای اعداد
- تبدیل مبنای اعداد
- مکمل
- تفریق با استفاده از مکمل
- اعداد باینری علامت‌دار
- جمع و تفریق اعداد علامت‌دار
- کدهای باینری 
- ثبات‌ها و حافظه‌های باینری
- منطق باینری

# کدهای باینری

کد باینری مفهومی متفاوت  
از عدد باینری است.



به نظر شما چه ضرورتی به

طرح کد BCD است؟

چرا کد BCD را کد ۸۴۲۱

نامگذاری کرده است؟

به نظر شما چه ضرورتی به طرح کدهای افزونی ۳،

کد ۲۴۲۱ و کد ۸۴-۲-۱ است؟

**واژه نامه:**

## ❖ کدهای باینری

➤ کد BCD (کد ۸۴۲۱)

➤ کد افزونی ۳

➤ کد ۲۴۲۱

➤ کد ۸۴-۲-۱

➤ ...

➤ کد Gray

➤ کدهای تشخیص خطا

BCD: Binary Coded Decimal

Excess-3 Code

دهدهی کد شده در باینری

کد افزونی ۳

Decimal Digit	8421 BCD	Excess-3	84-2-1	2421
0	0000	0011	0000	0000
1	0001	0100	0111	0001
2	0010	0101	0110	0010
3	0011	0110	0101	0011
4	0100	0111	0100	0100
5	0101	1000	1011	1011
6	0110	1001	1010	1100
7	0111	1010	1001	1101
8	1000	1011	1000	1110
9	1001	1100	1111	1111
حالت‌های اختصاص نیافته (نامعتبر)	1010	1101	X	X
	1011	1110	X	X
	1100	1111	X	X
	1101	0000	X	X
	1110	0001	X	X
	1111	0010	X	X

## ❖ کدهای خودمکمل

اگر در یک کد باینری، مکمل یک کد باینری معادل کد باینری مکمل ۹ مقدار دهنده متناظر باشد آن را کد خودمکمل گویند.

واژه نامه:

Self-complement

خودمکمل

## مثال: کدهای خودمکمل

کدام یک از کدهای باینری مثال قبل، کد خودمکمل می‌باشند؟

Decimal Digit	8421 BCD	Excess-3	84-2-1	2421
0	0000	0011	0000	0000
1	0001	0100	0111	0001
2	0010	0101	0110	0010
3	0011	0110	0101	0011
4	0100	0111	0100	0100
5	0101	1000	1011	1011
6	0110	1001	1010	1100
7	0111	1010	1001	1101
8	1000	1011	1000	1110
9	1001	1100	1111	1111
حالت‌های اختصاص نیافته (نامعتبر)	1010	1101	X	X
	1011	1110	X	X
	1100	1111	X	X
	1101	0000	X	X
	1110	0001	X	X
	1111	0010	X	X

## مثال: کد BCD

اعداد ۹، ۶۷ و ۱۲۸ را به صورت کد BCD بازنمایی کنید.

در کد BCD، چرا از ۴ بیت برای نمایش

هر رقم دهدهی استفاده می‌گردد؟



## مثال: کد افزونی-۳

اعداد ۷، ۵۴ و ۱۳۶ را به صورت کد افزونی-۳ بازنمایی کنید.



عدد دودویی  $(10111001)_2$  را به صورت کد BCD بازنویسی کنید.

توجه کنید که کد BCD دارای ۱۲ بیت است  
در حالی که کد باینری تنها ۸ بیت دارد.



## ❖ جمع BCD

می‌دانیم که BCD دارای مقادیری در محدوده‌ی صفر تا ۹ است. بنابراین جمع BCD دو رقم می‌تواند مقداری در محدوده‌ی صفر تا ۱۸ داشته باشد. چنانچه حاصل در محدوده‌ی صفر تا ۹ باشد، نتیجه معتبر است ولی **اگر بزرگتر از ۹ باشد** لازم است نتیجه با اضافه کردن **0110** اصلاح گردد. مقادیر بزرگتر از ۹ را با یکی از کدهای نامعتبر BCD یا وجود نقلی انتهایی می‌توان تشخیص داد.

جمع BCD دو عدد چند رقمی، با گروه‌های ۴ بیتی (به صورت رقم با رقم) و از کم‌ارزش‌ترین رقم به سمت رقم پرارزش انجام می‌گردد. برای هر رقم، چنانچه حاصل جمع، یکی از **کدهای نامعتبر BCD** باشد یا **رقم نقلی انتهایی** تولید شده باشد لازم است نتیجه با اضافه کردن **0110** اصلاح گردد.

## مثال: جمع BCD

عمل جمع  $۱۸۴+۵۷۶$  را با استفاده از کد BCD انجام دهید.

## ❖ معرفی کد گری (Gray Code)



به نظر شما چه ضرورتی به طرح کد Gray است؟

برای به دست آوردن کد گری معادل برای یک عدد باینری:

۱ پر ارزش ترین بیت (بیت سمت چپ) را بازنویسی می کنیم.



برای بیت های بعدی، اگر مقدار بیت متناظر در عدد باینری نسبت

۲ به بیت قبل تغییر کرده باشد، مقدار یک و اگر بدون تغییر باشد



مقدار صفر را در کد گری قرار می دهیم.

چگونه می توان برای کد Gray داده شده، عدد باینری متناظر را به دست آورد؟



## مثال: کد گری

کد گری متناظر با عدد باینری شانزده بیتی زیر را بنویسید.

$(0101010100000000)_2$

## ❖ کد تشخیص خطا

### ❖ بیت توازن (Parity)

✓ **توازن زوج:** تعداد بیت‌های ۱ با لحاظ کردن بیت توازن تعداد زوجی می‌شود.

✓ **توازن فرد:** تعداد بیت‌های ۱ با لحاظ کردن بیت توازن تعداد فردی می‌شود.

واژه نامه:

Parity bit

بیت توازن

**مثال:**

به کدهای ASCII هفت بیتی زیر، بیت توازن زوج اضافه نمایید.

**1000001      1001100      1001001**

# فهرست مطالب

- سیستم دیجیتال
- مبنای اعداد
- تبدیل مبنای اعداد
- مکمل
- تفریق با استفاده از مکمل
- اعداد باینری علامت‌دار
- جمع و تفریق اعداد علامت‌دار
- کدهای باینری
- ثبات‌ها و حافظه‌های باینری 
- منطق باینری



# ثبات‌ها و حافظه‌های باینری

## ❖ معرفی اصطلاحات

➤ سلول باینری: موجودیت فیزیکی که دارای دو وضعیت پایدار (صفر و یک) است.

0	0	0	1	0	1	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

➤ ثبات: مجموعه‌ای از سلول‌های باینری

➤ سیستم دیجیتال: مجموعه‌ای شامل ثبات‌ها و مدارهای منطقی

## واژه‌نامه:

Binary cell	سلول باینری
register	ثبات

در ابتدای این بحث، تعریفی عملکردی از سیستم دیجیتال ارائه گردید:  
«سیستمی که به دستکاری اجزای گسسته‌ای از اطلاعات می‌پردازد».

از لحاظ ساختاری، سیستم دیجیتال به طور کلی از دو بخش اصلی «ثبات‌ها» و «مدارهای منطقی» تشکیل شده است.

- ثبات‌ها از سلول‌های باینری تشکیل شده‌اند که سلول باینری خود یک موجودیت فیزیکی است که دارای دو وضعیت پایدار «صفر و یک» است.
- مدارهای منطقی نیز از گیت‌ها تشکیل شده‌اند.

# مثال:

یک ثبات ۱۶ بیتی با محتوای زیر را در نظر بگیرید. در هر یک از حالت‌های زیر تعیین کنید

0100100101010010

محتوای ثبات نشانگر چیست.

الف: عدد باینری

ب: کد اسکی با توازن فرد

ج: عدد دهدهی چهار رقمی در کد BCD

د: عدد دهدهی چهار رقمی در کد افزونی ۳

محتوای ثبات می‌تواند تفسیرهای متفاوتی داشته باشد.



USASCII code chart

					0 0 0	0 0 1	0 1 0	0 1 1	1 0 0	1 0 1	1 1 0	1 1 1	
Bits	b <sub>4</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>1</sub>	Column	0	1	2	3	4	5	6	7
					Row	0	1	2	3	4	5	6	7
	0	0	0	0	0	NUL	DLE	SP	0	@	P	\	p
	0	0	0	1	1	SOH	DC1	!	1	A	Q	a	q
	0	0	1	0	2	STX	DC2	"	2	B	R	b	r
	0	0	1	1	3	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s
	0	1	0	0	4	EOT	DC4	\$	4	D	T	d	t
	0	1	0	1	5	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
	0	1	1	0	6	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
	0	1	1	1	7	BEL	ETB	'	7	G	W	g	w
	1	0	0	0	8	BS	CAN	(	8	H	X	h	x
	1	0	0	1	9	HT	EM	)	9	I	Y	i	y
	1	0	1	0	10	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
	1	0	1	1	11	VT	ESC	+	;	K	[	k	{
	1	1	0	0	12	FF	FS	.	<	L	\	l	
	1	1	0	1	13	CR	GS	-	=	M	]	m	}
	1	1	1	0	14	SO	RS	.	>	N	^	n	~
	1	1	1	1	15	SI	US	/	?	O	_	o	DEL

# فهرست مطالب

- سیستم دیجیتال
- مبنای اعداد
- تبدیل مبنای اعداد
- مکمل
- تفریق با استفاده از مکمل
- اعداد باینری علامت‌دار
- جمع و تفریق اعداد علامت‌دار
- کدهای باینری
- ثبات‌ها و حافظه‌های باینری
- منطق باینری 

# منطق باینری

❖ متغیرها

❖ عملها

❖ تابعها

## ❖ متغیرها:

متغیر باینری کمیتی است دارای دو ارزش گسسته که این دو ارزش می‌تواند به شیوه‌های مختلفی نام‌گذاری گردد؛ مثل 0 و 1، درست و غلط، بله و خیر، روشن و خاموش، قطع و وصل



منطق باینری متفاوت از حساب  
باینری است.

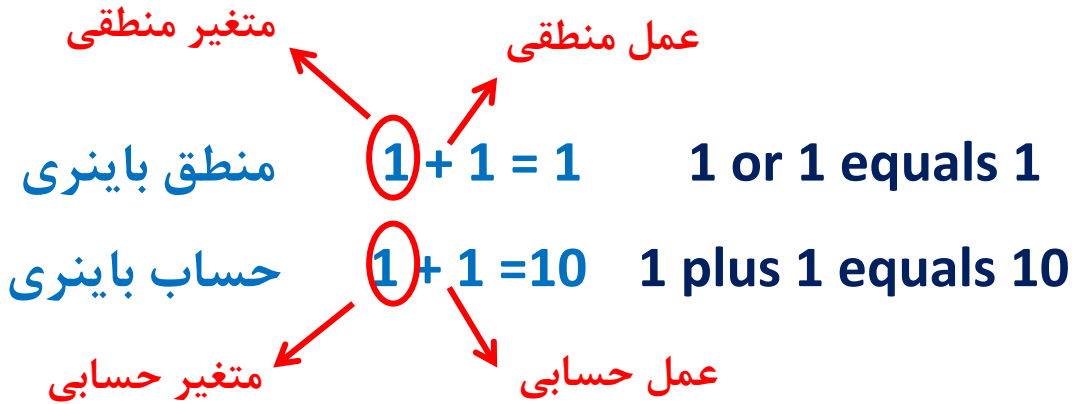
❖ عمل‌ها:

- (.) AND •
- (+)| OR •
- (') NOT •

Binary

Unary

مثال:



تابع عبارتی شامل متغیرها، عمل‌ها، ثابت‌ها و نمادهای گروه‌بندی است.

$F(\text{variables}) = \text{expression}$

Operators + , . , '

Variables

Constants

Grouping (paranthesis)

مثال:

$$F(x,y) = x.y$$

$$G(x,y) = x+y$$

$$H(x) = x'$$

$$I(w,x,y,z) = w . (w' + (x . y') + z + 0 )$$



## ❖ جدول درستی:

جدولی شامل تمام ترکیب‌های ممکن برای متغیرهای یک تابع منطقی که وضعیت عبارت منطقی در هر حالت نیز در آن به طور یکتا مشخص شده است.

## مثال: جدول درستی

جدول درستی مربوط به هر یک از توابع منطقی زیر را رسم کنید.

الف:  $F(x, y) = x \cdot y$

ب:  $G(x, y) = x + y$

ج:  $H(x) = x'$

اگر تابعی به  $n$  متغیر وابسته باشد، جدول درستی

آن شامل چند سطر خواهد بود؟



## ❖ نمودار زمانی:

در نمودار زمانی، محور افقی زمان و محور عمودی نشانگر سیگنال‌ها (ورودی-خروجی) می‌باشد.

## مثال: نمودار زمانی

نمودار زمانی مربوط به هر یک از توابع منطقی زیر را رسم کنید.

الف:  $F(x, y) = x \cdot y$

ب:  $G(x, y) = x + y$

ج:  $H(x) = x'$

واژه نامه:

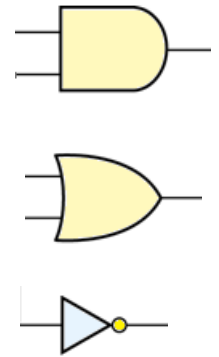
transition

گذر

## ❖ ارتباط منطق باینری و مدار منطقی:

مدار منطقی	منطق باینری
سیگنال‌های ورودی	متغیرها
گیت‌ها (AND , OR , NOT)	عمل‌ها
سیگنال خروجی	مقدار تابع

گیت‌های منطقی، مدارهای الکترونیکی هستند که روی یک یا چند سیگنال ورودی عمل می‌کنند تا یک سیگنال خروجی تولید نمایند.



مثال:

شماتیک مدار منطقی متناظر با تابع منطقی زیر را رسم کنید.

$$F(x,y,z) = x'y + yz'$$

## ❖ جمع‌بندی شیوه‌های بازنمایی:

جدول درستی

عبارت منطقی

شماتیک مداری

اگر دو عبارت دارای جدول درستی یکسانی باشند آن دو عبارت معادل‌اند. از این ویژگی می‌توان برای اثبات قضیه‌ها استفاده نمود.

با افزایش تعداد متغیرها، اندازه‌ی جدول درستی **به صورت نمایی بزرگ می‌شود** و این انگیزه‌ایست برای استفاده از جبر بول.



## ❖ ضرورت ساده‌سازی طرح:

با ساده سازی طرح می توان تعداد گیت‌های مدار و تعداد لایه‌های مدار را کاهش داد.

افزایش سرعت مدار

کاهش هزینه‌ها و ابعاد

**تاخیر انتشار:**

مدت زمان لازم برای مشاهده‌ی اثر تغییر ورودی در خروجی





## مثال: اثر ساده‌سازی طرح بر اندازه‌ی مدار و تاخیر انتشار

$$F(x, y, z) = x \cdot y + x \cdot y \cdot z$$

توابع منطقی زیر را در نظر بگیرید

الف: با استفاده از جدول درستی، معادل بودن دو تابع را بررسی نمایید.  $G(x, y, z) = x \cdot y$

ب: برای پیاده‌سازی هر تابع، به چه تعداد گیت منطقی و چند لایه مدار نیاز است؟

## ❖ رفتار حالت ماندگار و رفتار دینامیک:

گرچه دیجیتال بر اساس دو سطح گسسته بنا نهاده شده است ولی در عمل، قطعات الکترونیک که اجزای سازنده قطعات هستند رفتاری پیوسته دارند.

منطق باینری برای توصیف رفتار حالت ماندگار سیستم‌های دیجیتال مناسب است ولی لازم است به رفتار دینامیک نیز توجه نماییم.

### واژه نامه:

Steady state behavior

رفتار حالت ماندگار

Dynamic behavior

رفتار دینامیک

❑ شماتیک مداری

❑ مشخصه‌ی ورودی-خروجی گیت NOT

## ❖ معرفی چند اصطلاح

➤ **لیترال:** هر یک از متغیرها یا مکمل آنها که در عبارت منطقی ظاهر می‌گردد.

➤ **عبارت جمع:** بخشی از عبارت منطقی که در آن لیترال‌ها با عمل OR (+) به هم متصل شده‌اند.

➤ **عبارت ضرب:** بخشی از عبارت منطقی که در آن لیترال‌ها با عمل AND (.) به هم متصل شده‌اند.

مثال برای لیترال:  $x, A, B'$

مثال برای عبارت جمع:  $x + y', A+B+C$

مثال برای عبارت ضرب:  $x . y, A.B.C'.D'$

مثال:

عبارت  $x'y'z+x'yz+xy'$  شامل چند لیترال و چند جمله حاصل ضرب است.

# فهرست مطالب

- سیستم دیجیتال ✓
- مبنای اعداد ✓
- تبدیل مبنای اعداد ✓
- مکمل ✓
- تفریق با استفاده از مکمل ✓
- اعداد باینری علامت دار ✓
- جمع و تفریق اعداد علامت دار ✓
- کدهای باینری ✓
- ثبات‌ها و حافظه‌های باینری ✓
- منطق باینری ✓

