به نام یگانه ایزد بی همتا

# سری سوم تمرین‌های درس پردازش سیگنال‌های بیولوژیکی
# «فرآیندهای تصادفی و مفاهیم پردازش سیگنال دیجیتال»

## بخش نخست: سوالات

۱- با رسم شکل مناسب، مفاهیم تابع نمونه (sample function) ، ensamble ، فرآیند تصادفی و متغیر تصادفی را معرفی نمایید.

۲- $E\{x^2\}$ و $E\{xy\}$ را بر حسب میانگین، واریانس و/یا کوواریانس توصیف نمایید.

۳- کدام یک از سیگنال‌های زیر ایستان (stationary) است؟ دلیل شهودی برای پاسخ خود بیاورید.

الف: الکتروانسفالوگرام (EEG) ب: الکتروکاردیوگرام (ECG) ج: الکترومایوگرام (EMG)

۴- هر یک از مفاهیم زیر را معرفی نمایید.

الف: strict sense stationary ب : wide sense stationary

ج : Ergodicity د: Central limit theorem

۵- قضیه‌ی ارگودیسیتی (Ergodicity theorem) را دقیقا معرفی کنید. اهمیت این قضیه در چیست؟

۶- خط رگرسیون را برای دو متغیر تصادفی ذکر نموده و پارامترهای آن را بر حسب میانگین، واریانس و کواریانس متغیرهای تصادفی به دست آورید.

۷- در نمونه‌برداری یکنواخت که در آن، سیگنال $x(t)$ توسط قطار ضربه $\delta_T(t)$ و با ضرب کردن نمونه‌برداری می‌گردد،

$$\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT)$$

$$x^*(t) = x(t)\,\delta_T(t)$$

الف: نشان دهید چنانچه $x(t)$ دارای باند فرکانسی محدود (band limited) و با تبدیل فوریه‌ی $X(\omega)$ باشد آنگاه

$$X^*(\omega) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} X(\omega + n\omega_s)$$

ب: قضیه‌ی نمونه‌برداری و نرخ نایکوئیست را بر این اساس معرفی نمایید.

ج: تداخل فرکانسی (aliasing in frequency) در چه شرایطی رخ می‌دهد و چگونه می‌توان از آن پیشگیری نمود؟

د: چرا در عمل نمونه‌برداری با نرخی متفاوت از نرخ نایکوئیست انجام می‌گردد؟ اغلب این نرخ چقدر است؟

۸- همانطور که می‌دانید برای پیاده‌سازی کوانتیزاسیون غیریکنواخت می‌توان از companding system استفاده نمود:

الف: نمودار بلوکی companding system را رسم کنید.

ب: نقش هر یکی از بلوک‌ها را توضیح دهید.

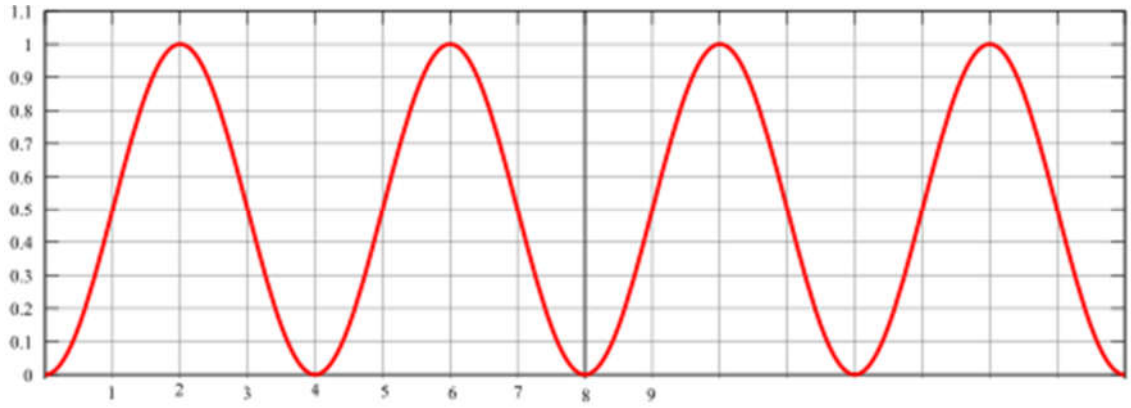
ج: نقش و عملکرد سیستم کلی و مزایای حاصل از آن در کوانتیزاسیون را توضیح دهید.

## تمرین‌های نهم و دهم:مبدل آنالوگ به دیجیتال (تحلیلی)

۹- می‌خواهیم سیگنال آنالوگ داده شده را دیجیتال کنیم (analog to digital conversion).

الف: مبدل آنالوگ به دیجیتال مناسبی برای این منظور پیشنهاد دهید. بدین منظور لازم است روند کار مشخص گردد و مقادیر معقولی برای پارامترها تعیین گردد.

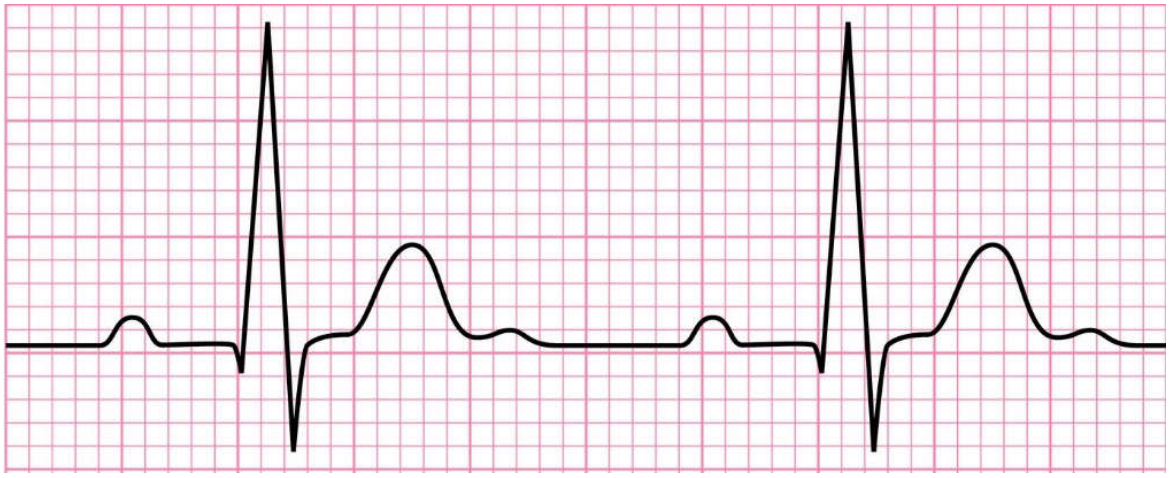
ب: خروجی این مبدل را بر اساس روند پیشنهادی بند الف به دست آورید.




۱۰- می‌خواهیم سیگنال آنالوگ داده شده را دیجیتال کنیم (analog to digital conversion).

الف: مبدل آنالوگ به دیجیتال مناسبی برای این منظور پیشنهاد دهید. بدین منظور لازم است روند کار مشخص گردد و مقادیر معقولی برای پارامترها تعیین گردد.

ب: خروجی این مبدل را بر اساس روند پیشنهادی بند الف به دست آورید.



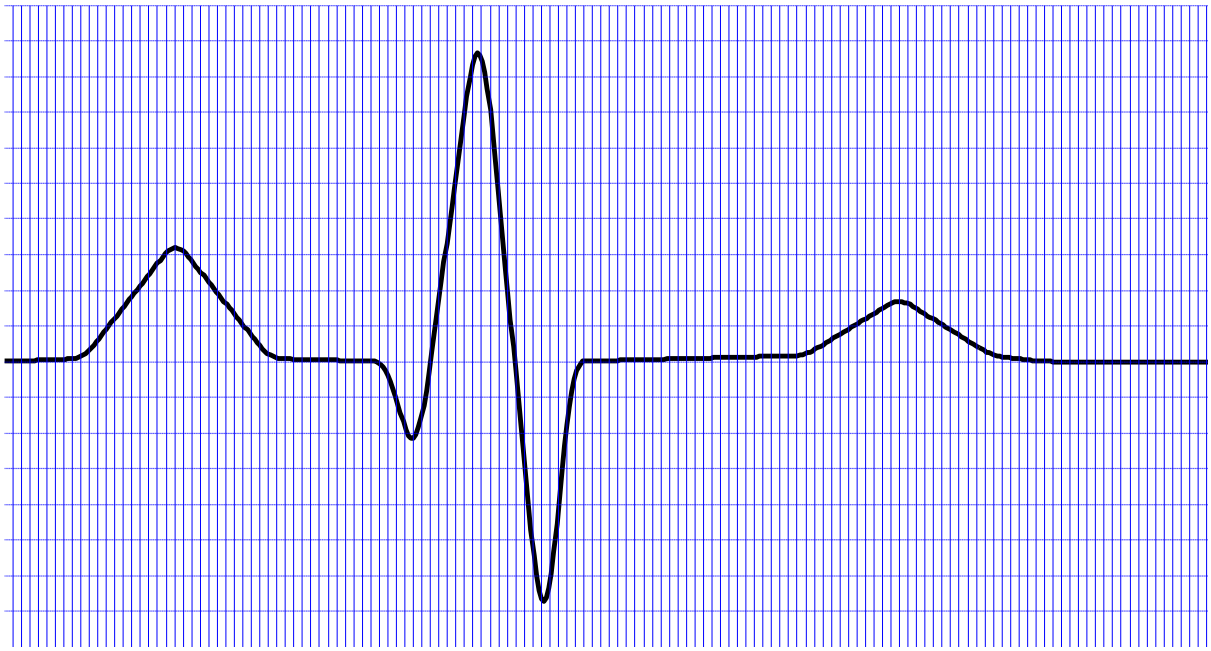
### تمرین یازدهم: کدگذاری طول دوام (تحلیلی)

۱۱- برای نمونه‌برداری غیریکنواخت سیگنال زیر به روش کدگذاری طول دوام (run length encoding) ،

الف: مراحل روش کدگذاری طول دوام را بنویسید؛

ب: تعداد بیت‌های کد را بر مبنای چه معیاری باید انتخاب کرد؟

ج: روش را روی سیگنال داده شده پیاده‌سازی کنید و تعداد کل بیت‌های مورد نیاز برای سیگنال نمونه‌برداری شده را تعیین نمایید.



### تمرین دوازدهم: کدگذاری طول دوام (نرم‌افزاری)

۱۲- می‌خواهیم سیگنال الکتروکاردیوگرام داده شده در فایل ECG_RLE.mat را به روش «کدگذاری طول دوام (RLE)» کد نماییم. برای این منظور، تقسیم‌بندی محدوده‌ی دینامیکی سیگنال را با سطح آستانه‌ی ۰/۱ (میلی‌ولت) انجام دهید و کوانتوم زمانی را برابر گام نمونه‌برداری در نظر بگیرید. نرخ نمونه‌برداری سیگنال ۳۶۰ نمونه بر ثانیه و سیگنال مربوط به ده ثانیه ثبت است.

الف: برای کد ۵ بیتی، سیگنال را به دست آورید و سیگنال را با کد ۵ بیتی کدگذاری نمایید. سپس سیگنال را بازسازی نموده و میانگین قدرمطلق میانگین مربعات خطای بازسازی (reconstruction error) را محاسبه کنید. منظور از خطای بازسازی، اختلاف سیگنال اصلی و سیگنال بازسازی شده است.

ب: بررسی کنید که برای دستیابی به بهترین نتیجه برای این سیگنال، تعداد بیت‌های کد را باید چقدر انتخاب کنیم؟

### تمرین سیزدهم: کوانتیزه‌کردن غیریکنواخت (Companding nonuniform quantizer)

۱۳- برای کوانتیزه کردن غیریکنواخت به روش Companding که نمودار بلوکی و همچنین شکل‌موج سیگنال ورودی آن ($x(t)$) در شکل زیر نشان داده شده است سیگنال‌های $y$ ، $y_q$ و $x_q$ را تعیین و رسم کنید.

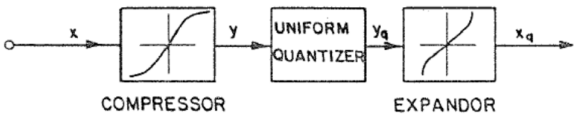



FIGURE 6. Block diagram of a companding system.