هرکه گوید جمله حق است احمقی است

آن که گوید جمله باطل، او شقی است

مولانا

سیستم‌های فازی

5

Presented By: A. Maleki

Fall 2021

دستورکار این جلسه:

متغیرهای زبانی و قواعد اگر-آنگاه فازی

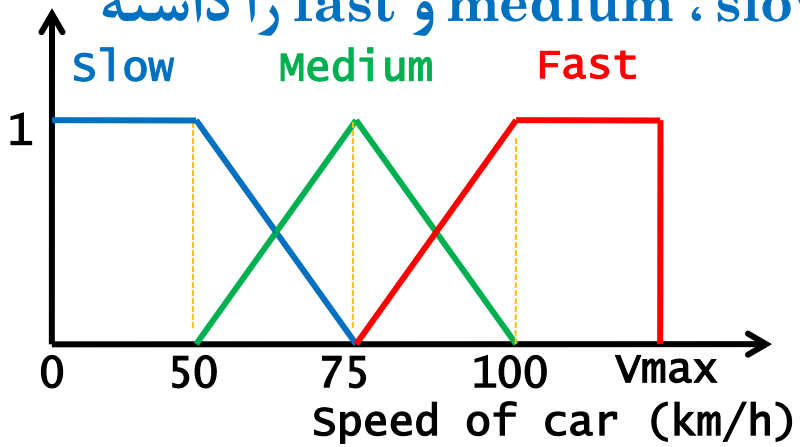
- متغیرهای زبانی
- hedgeهای زبانی
- گزاره‌های فازی
- قواعد اگر-آنگاه فازی
- استلزام‌ها

تعریف متغیر زبانی:

- متغیری که می‌تواند واژگان زبان طبیعی را به عنوان مقدار بپذیرد. این واژگان، مقادیر زبانی نامیده می‌شوند و با مجموعه‌های فازی در مجموعه‌ی مرجع متغیر مشخص می‌گردند.

مثال: سرعت خودرو

- x به عنوان متغیر عددی می‌تواند مقادیر عددی در محدوده‌ی $[0, V_{max}]$ را داشته باشد.
  - x is 85 km/h.
- x به عنوان متغیر زبانی می‌تواند مقادیر slow ، medium و fast را داشته باشد.
  - x is fast.
  - x is medium.



واژه‌نامه

linguistic variable	متغیر زبانی
natural language	زبان طبیعی
linguistic value	مقدار زبانی

تعریف دیگر متغیر زبانی:

- متغیر زبانی که با [X, T, U, M] مشخص می گردد که:

X : نام متغیر زبانی (مثل سرعت خودرو)

T : مقادیر زبانی که X می‌تواند داشته باشد (مثل slow ، medium و fast)

U : محدوده‌ی فیزیکی برای مقدار کَمی متغیر زبانی (مثل U = [0,Vmax])

M : مجموعه های فازی توصیف کننده ی مقادیر زبانی (مثل توابع عضویت slow ، medium و fast)

اهمیت طرح مفهوم « متغیر زبانی» :

- دانش بشری اغلب با استفاده از متغیرهای زبانی بازنمایی می‌گردد.
- با بکارگیری مفهوم متغیر زبانی، می‌توانیم توصیف مبهم (کیفی) در زبان طبیعی را با عبارت‌های ریاضی دقیق (کمی) بیان نماییم.
- با این کار، بستر برای بکارگیری نظام‌مند (سیستماتیک) و کارآمد دانش بشری در سیستم‌های مهندسی فراهم می گردد.

دستورکار این جلسه:

متغیرهای زبانی و قواعد اگر-آنگاه فازی

- ☑ متغیرهای زبانی
- ☐ hedgeهای زبانی
- ☐ گزاره‌های فازی
- ☐ قواعد اگر-آنگاه فازی
- ☐ استلزام‌ها

تعریف hedge زبانی:

مثال: سرعت خودرو

- x is fast.
- x is medium.
- x is not slow.
- x is very slow.
- x is slightly fast.
- x is more or less medium.

- اجزای سازنده‌ی این توصیف‌ها را می‌توان به سه بخش تقسیم نمود:
  - عبارت‌های اصلی (مثل slow ، medium و fast)
  - مکمل not یا ربط‌های and و or ،
  - hedgeها (مثل very ، slightly و more or less).

نحوه تغییر تابع عضویت با اضافه شدن hedge زبانی:

- slightly $\mu_{slightly\ A}(x) = [\mu_A(x)]^{1/3}$
- a little $\mu_{a\ little\ A}(x) = [\mu_A(x)]^{1/3}$
- more or less $\mu_{more\ or\ less\ A}(x) = [\mu_A(x)]^{1/2}$
- some what $\mu_{some\ what\ A}(x) = [\mu_A(x)]^{1/2}$
- very $\mu_{very\ A}(x) = [\mu_A(x)]^2$
- extremely $\mu_{extremely\ A}(x) = [\mu_A(x)]^3$
- exactly $\mu_{exactly\ A}(x) = [\mu_A(x)]^{\infty}$
- more than $\mu_{more\ than\ A}(x) = \begin{cases} \mu_A(x) & if\ x < min[x|\mu_A(x) = 1] \\ 1 & otherwise \end{cases}$
- less than $\mu_{less\ than\ A}(x) = \begin{cases} \mu_A(x) & if\ x > max[x|\mu_A(x) = 1] \\ 1 & otherwise \end{cases}$

ترکیب hedge های زبانی:

- very very $\mu_{very\ very\ A}(x) = [\mu_A(x)]^4$
- not very $\mu_{not\ very\ A}(x) = 1 - [\mu_A(x)]^2$
- not more or less $\mu_{not\ more\ or\ less\ A}(x) = 1 - [\mu_A(x)]^{1/2}$

مفهوم hedge های زبانی:

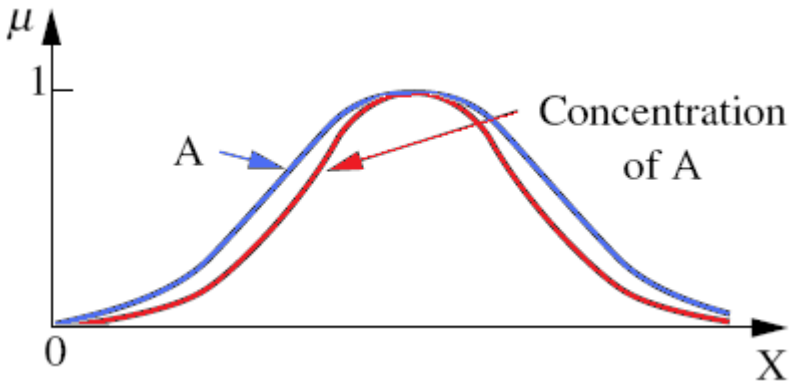
Table 2.3 Some widely used hedges

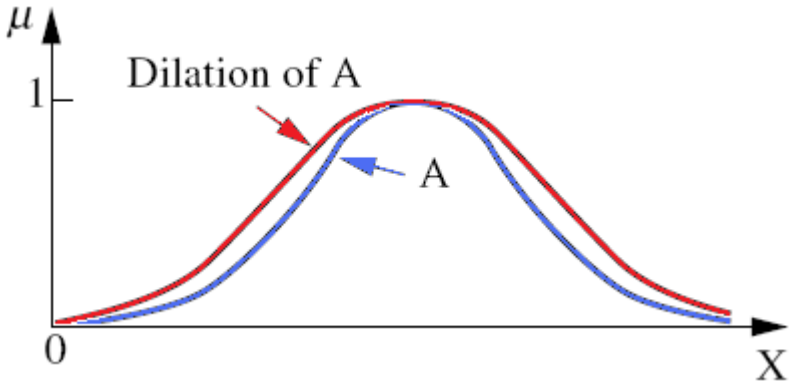
HEDGE	MEANING
about, around, near, roughly	approximate a scalar
above, more than	restrict a fuzzy region
almost, definitely, positively	contrast intensification
below, less than	restrict a fuzzy region
vicinity of	approximate broadly
generally, usually	contrast diffusion
neighbouring, close to	approximate narrowly
not	negation or complement
quite, rather, somewhat	dilute a fuzzy region
very, extremely	intensify a fuzzy region

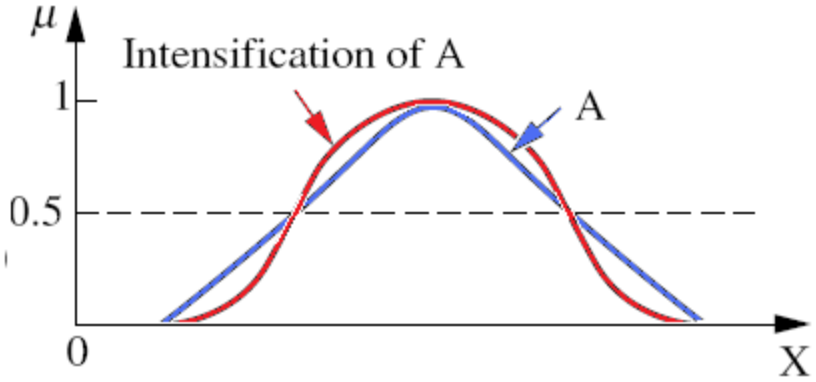
L. Reznik, Fuzzy Controllers, Newnes, 1997. Page 47

دسته‌بندی دستکاری‌های تابع عضویت:

- تمرکز (concentration)
- گشودگی (dilation)
- شدت بخشیدن (intensification).







$$\mu_{intensely\ A}(x) = \begin{cases} 2[\mu_A(x)]^2 & for\ 0 \le \mu_A(x) \le 0.5 \\ 1 - 2[1 - \mu_A(x)]^2 & for\ 0.5 \le \mu_A(x) \le 1 \end{cases}$$

مثال:

برای مجموعه‌ی مرجع U={1,2,3,4,5} و مجموعه فازی small داده شده، مجموعه های فازی خواسته شده را تعیین نمایید.

الف: very small

$$small = \frac{1.0}{1} + \frac{0.8}{2} + \frac{0.6}{3} + \frac{0.4}{4} + \frac{0.2}{5}$$

ب: very very small

ج: more or less small

$$very\ small = \frac{1.0}{1} + \frac{0.64}{2} + \frac{0.36}{3} + \frac{0.16}{4} + \frac{0.04}{5}$$

$$very\ very\ small = \frac{1.0}{1} + \frac{0.4096}{2} + \frac{0.1096}{3} + \frac{0.0256}{4} + \frac{0.0016}{5}$$

$$more\ or\ less\ small = \frac{1.0}{1} + \frac{0.8944}{2} + \frac{0.7746}{3} + \frac{0.6325}{4} + \frac{0.4472}{5}$$

مثال:

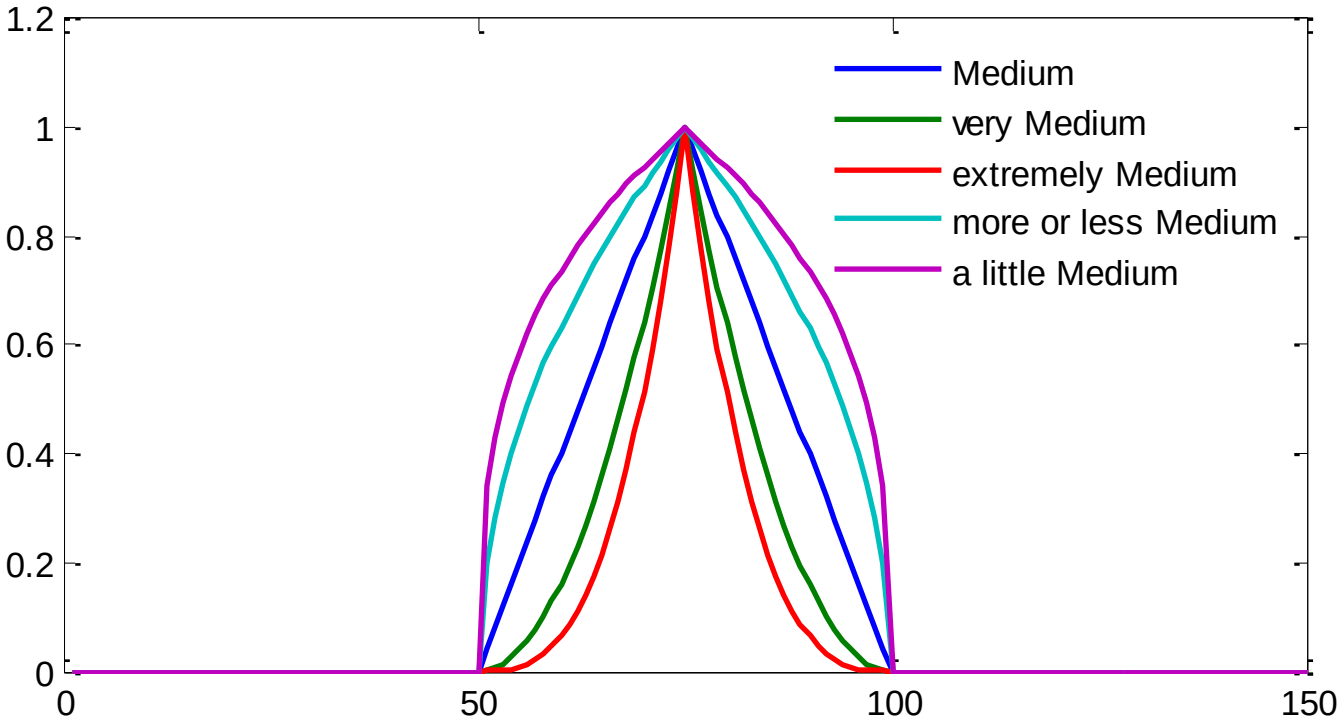
سرعت خودرو و hedge های زبانی:

$$\mu_{very\ A}(x) = [\mu_A(x)]^2$$

$$\mu_{extremely\ A}(x) = [\mu_A(x)]^3$$

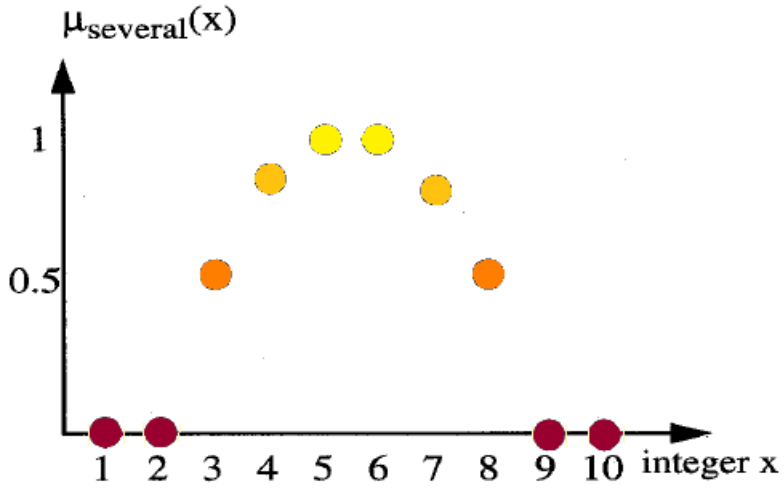
$$\mu_{more\ or\ less\ A}(x) = [\mu_A(x)]^{1/2}$$

$$\mu_{a\ little\ A}(x) = [\mu_A(x)]^{1/3}$$



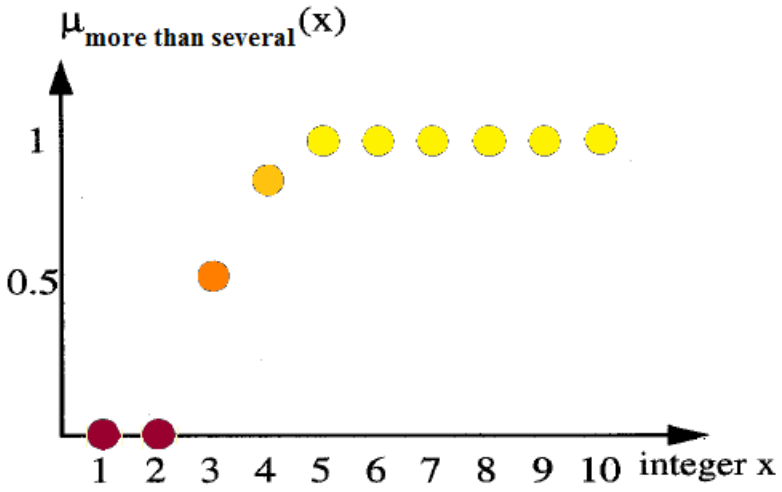
مثال:

مقدار زبانی « چندین » و hedge های زبانی:

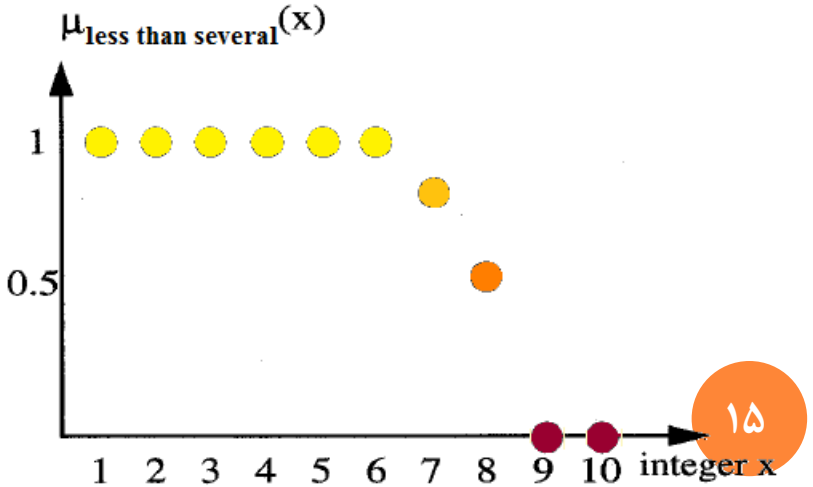


$$\mu_{more\ than\ A}(x) = \begin{cases} \mu_A(x) & if\ x < min[x|\mu_A(x) = 1] \\ 1 & otherwise \end{cases}$$

$$\mu_{less\ than\ A}(x) = \begin{cases} \mu_A(x) & if\ x > max[x|\mu_A(x) = 1] \\ 1 & otherwise \end{cases}$$



- more than several



- less than several

مثال:

گاهی اوقات لازم است به جای استفاده از hedge ها، از تابع عضویت مجزایی برای این منظور استفاده گردد:

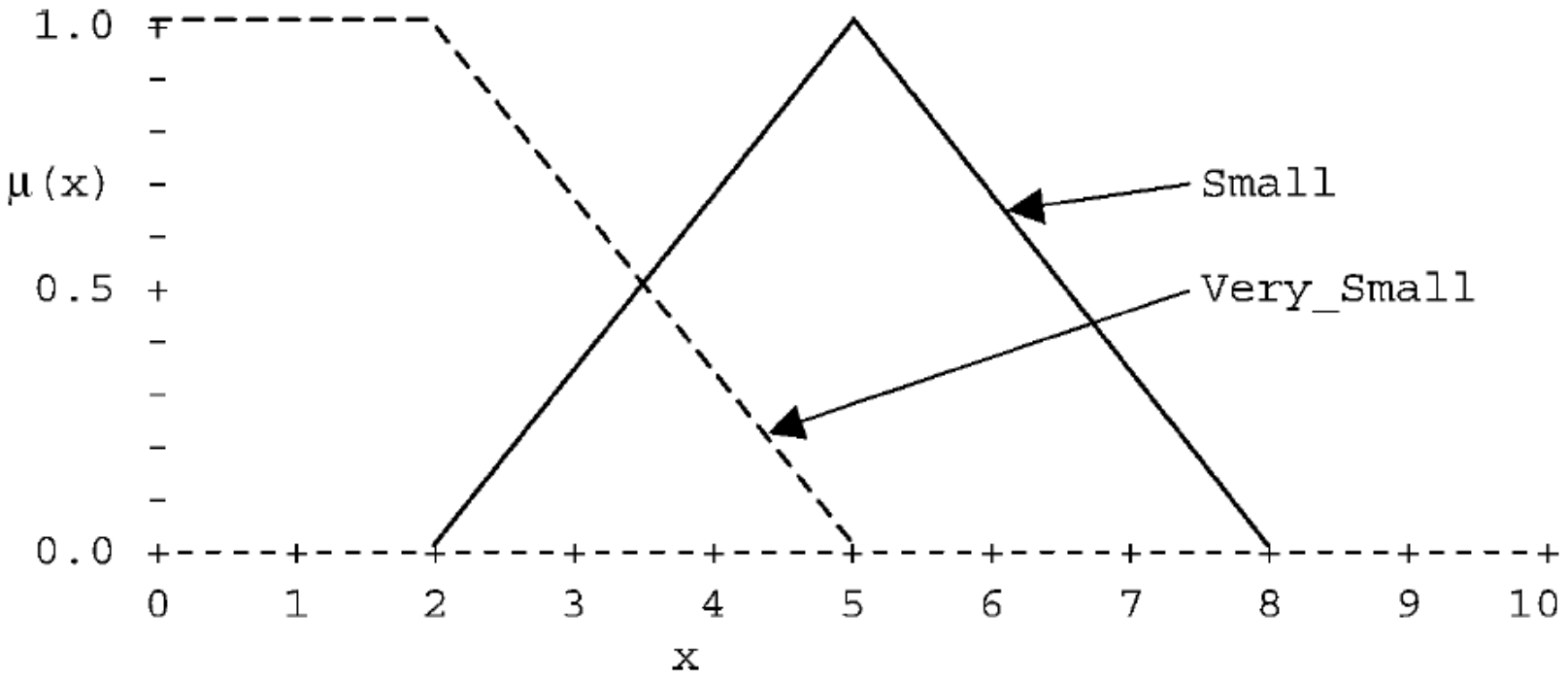


Figure 4.9 Membership function Very_Small created without hedges.

W. Siler and J.J. Buckley, Fuzzy Expert Systems and Fuzzy Reasoning, Wiley, 2005 Page. 71

دستورکار این جلسه:

متغیرهای زبانی و قواعد اگر-آنگاه فازی

- ☑ متغیرهای زبانی
- ☑ hedgeهای زبانی
- ☐ گزاره‌های فازی
- ☐ قواعد اگر-آنگاه فازی
- ☐ استلزام‌ها

گزاره‌های فازی:

- ساختار قاعده‌ی اگر-آنگاه:

IF < proposition > THEN < proposition >

- انواع گزاره‌های فازی:

گزاره‌ی فازی اتمی

گزاره‌ی فازی مرکب

گزاره‌ی فازی مرکب از چند گزاره‌ی فازی اتمی تشکیل شده است که با ربط‌های and ، or و not که به ترتیب نشانگر «اشتراک فازی» ، «اجتماع فازی» و «مکمل فازی» هستند با هم ترکیب شده‌اند.

واژه‌نامه

proposition	گزاره
atomic proposition	گزاره‌ی اتمی
compound proposition	گزاره‌ی مرکب

مثال:

نمونه‌هایی از گزاره‌های فازی اتمی و گزاره‌های فازی مرکب برای متغیر زبانی « سرعت خودرو » با مقدارهای زبانی fast ، medium و slow .

atomic fuzzy proposition

- x is fast.
- x is medium.

compound fuzzy proposition

- x is slow or x is not medium.
- x is not slow and x is not fast.
- (x is small and x is not fast) or x is medium.

لزومی ندارد که متغیرهای زبانی تشکیل دهنده‌ی گزاره‌های فازی مرکب یکسان باشند مثلا اگر y شتاب خودرو و low یک مقدار زبانی آن باشد،

x is fast and y is low

تعیین تابع عضویت برای گزاره‌های مرکب:

- استفاده از اشتراک فازی برای and

x is A and y is B $\mu_{A\cap B}(x,y) = t[\mu_A(x), \mu_B(y)]$

- استفاده از اجتماع فازی برای or

x is A or y is B $\mu_{A\cup B}(x,y) = s[\mu_A(x), \mu_B(y)]$

- استفاده از مکمل فازی برای not

x is not A $\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$

مثال:

گزاره‌ی فازی مرکب زیر را در نظر بگیرید. تابع عضویت رابطه‌ی فازی متناظر در فضای ضرب اقلیدسی را تعیین نمایید.

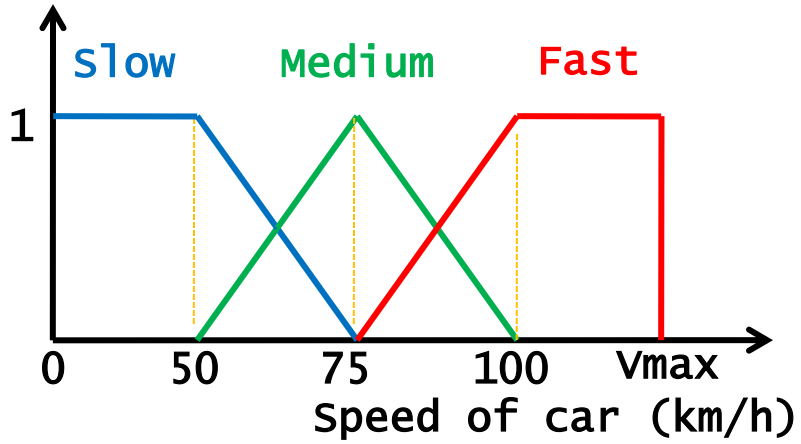
FP = (x is slow and x is not fast) or x is medium.

$$\mu_{FP}(x,x,x) = s\{t[\mu_s(x), 1-\mu_f(x)], \mu_m(x)\}$$

مثال (بر اساس تمرین ۴-۵ کتاب):

برای مقادیر فازی مشخص شده با توابع عضویت داده شده و با فرض عملگرهای فازی پایه برای and ، or و not ، تابع عضویت گزاره‌های فازی مرکب زیر را تعیین و ترسیم نمایید.

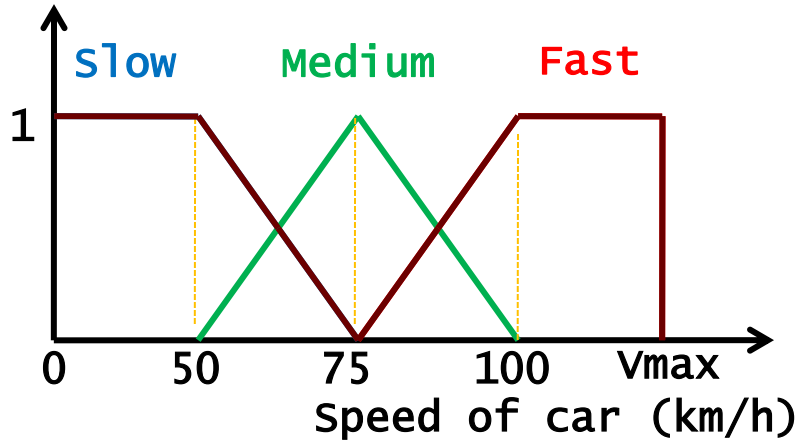
- الف: **FP1: x is slow or x is not medium.**
- ب: **FP2: x is not slow and x is not fast.**
- ج: **FP3: (x is slow and x is not fast) or x is medium.**



مثال (بر اساس تمرین ۴-۵ کتاب):

- **FP1:** x is slow or x is not medium. الف:

$$\mu_{FP1}(x,x) = \mu_{FP1}(x) = max\{\mu_s(x), 1 - \mu_m(x)\}$$

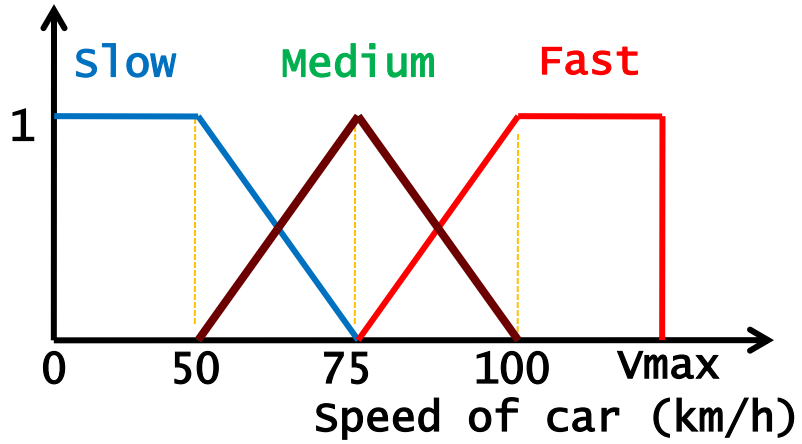


مثال (بر اساس تمرین ۴-۵ کتاب):

ب:

- **FP2:** x is not slow and x is not fast.

$$\mu_{FP2}(x,x) = \mu_{FP2}(x) = min\{1-\mu_s(x), 1-\mu_f(x)\}$$

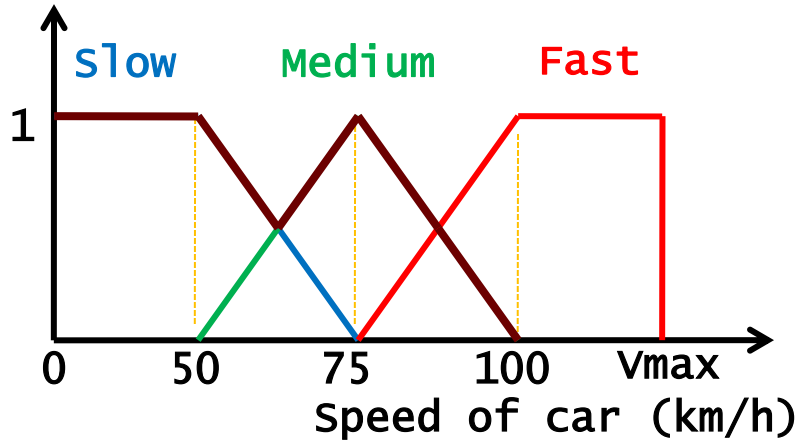


مثال (بر اساس تمرین ۴-۵ کتاب):

- **FP3:** (x is slow and x is not fast) or x is medium. :ج

$$\mu_{FP3}(x,x,x) = \mu_{FP3}(x) = max\{min[\mu_s(x), 1-\mu_f(x)], \mu_m(x)\}$$

$$= max\{\mu_s(x), \mu_m(x)\}$$



دستورکار این جلسه:

متغیرهای زبانی و قواعد اگر-آنگاه فازی

- ☑ متغیرهای زبانی
- ☑ hedgeهای زبانی
- ☑ گزاره‌های فازی
- ☐ قواعد اگر-آنگاه فازی
- ☐ استلزام‌ها

قواعد اگر-آنگاه فازی:

- ساختار قاعده‌ی اگر-آنگاه:

IF < proposition > THEN < proposition >

یادآوری تعبیر قواعد اگر-آنگاه کلاسیک:

- یک قاعده‌ی کلاسیک در حساب گزاره‌ای کلاسیک: **IF p THEN q**
- شیوه‌ی دیگر بازنمایی این قاعده: $p \rightarrow q$
- جدول درستی:

p	q	$p \rightarrow q$
F	F	T
F	T	T
T	F	F
T	T	T

- تفسیرهای این قاعده:
  - $\overline{p} \vee (p \wedge q)$ interpretation
  - $\overline{p} \vee q$ interpretation

دیگر چه تفسیرهایی قابل طرح است؟

$(\overline{p} \wedge \overline{q}) \vee q$

$(\overline{p} \wedge \overline{q}) \vee (\overline{p} \wedge q) \vee (p \wedge q)$

تعبیرقواعد اگر-آنگاه فازی:

- یک قاعده‌ی فازی:

IF $< FP_1 >$ THEN $< FP_2 >$

گزاره‌ی فازی FP_1 یک رابطه‌ی فازی در $U=U_1 \times \ldots \times U_n$ و

گزاره‌ی فازی FP_2 یک رابطه‌ی فازی در $V=V_1 \times \ldots \times V_m$ است.

- تفسیرهای این قاعده:

مشابه قاعده‌ی کلاسیک، می‌توان تفسیری مشابه $\bar{p} \vee q$ یا $\bar{p} \vee (p \wedge q)$

برای قاعده‌ی فازی مطرح نمود تنها لازم است $\wedge$ ، $\vee$ و $\bar{}$ با « اشتراک فازی » ، « اجتماع فازی » و « مکمل فازی » جایگزین شوند. تفسیر قاعده، رابطه‌ای فازی در $U \times V$ می باشد.

آیا تفسیر قاعده‌ی فازی یکتا است؟ چرا؟

دستورکار این جلسه:

متغیرهای زبانی و قواعد اگر-آنگاه فازی

- ☑ متغیرهای زبانی
- ☑ hedgeهای زبانی
- ☑ گزاره‌های فازی
- ☑ قواعد اگر-آنگاه فازی
- ☐ استلزام‌ها

استلزام Dienes-Rescher :

IF < FP_1 > THEN < FP_2 >

- $\bar{p} \vee q$ interpretation
- basic fuzzy complement
- basic fuzzy union

$$\mu_{Q_D}(x,y) = max\left[1 - \mu_{FP_1}(x)\,,\mu_{FP_2}(y)\right]$$

واژه‌نامه

interpretation	تفسیر
implication	استلزام

استلزام Lukasiewicz :

IF < FP_1 > THEN < FP_2 >

- $\bar{p} \vee q$ interpretation
- basic fuzzy complement
- Yager s-norm with w=1 for fuzzy union

$$s_w(a,b)|_{w=1} = min\left[1,(a^w + b^w)^{\frac{1}{w}}\right]\Big|_{w=1} = min[1, a+b]$$

$$\mu_{Q_L}(x,y) = min\left[1\,, 1 - \mu_{FP_1}(x) + \mu_{FP_2}(y)\right]$$

استلزام Zadeh :

IF $< FP_1 >$ THEN $< FP_2 >$

- $\bar{p} \vee (p \wedge q)$ **interpretation**
- **basic fuzzy complement**
- **basic fuzzy intersection**
- **basic fuzzy union**

$$\mu_{Q_Z}(x,y) = max\left[min(\mu_{FP_1}(x), \mu_{FP_2}(y)), 1 - \mu_{FP_1}(x)\right]$$

استلزام Godel :

IF < FP_1 > THEN < FP_2 >

- توسعه‌ی مفهومی استلزام کلاسیک به فازی

$$\mu_{Q_G}(x,y) = \begin{cases} 1 & if\ \mu_{FP_1}(x) \le \mu_{FP_2}(y) \\ \mu_{FP_2}(y) & otherwise \end{cases}$$

مثال:

ثابت کنید که استلزام Zadeh کوچکتر از استلزام Dienes-Rescher و آن نیز کوچکتر از استلزام Lukasiewicz است. به عبارت دیگر:

$$for\ all\ (x,y)\epsilon U\times V,\qquad \mu_{Q_Z}(x,y)\le\mu_{Q_D}(x,y)\le\mu_{Q_L}(x,y)$$

$$\mu_{Q_Z}(x,y)=max\left[min(\mu_{FP_1}(x),\mu_{FP_2}(y)),1-\mu_{FP_1}(x)\right]$$

$$\mu_{Q_D}(x,y)=max\left[1-\mu_{FP_1}(x),\mu_{FP_2}(y)\right]$$

$$\mu_{Q_L}(x,y)=min\left[1,1-\mu_{FP_1}(x)+\mu_{FP_2}(y)\right]$$

چند سوال اساسی :

- دیدیم که در تفسیر $\bar{p} \vee q$ یا $\bar{p} \vee (p \wedge q)$ یک قاعده، با جایگزین کردن $\wedge$ ، $\vee$ و $\bar{}$ با یک t-norm ، یک s-norm و یک complement ، به یک استلزام فازی دست پیدا نمودیم.

برای قواعد کلاسیک $p \rightarrow q$ می‌دانیم که $\bar{p} \vee q$ و $\bar{p} \vee (p \wedge q)$ معادل هم‌اند. آیا برای قواعد فازی نیز می‌توان آنها را معادل دانست و این معادل بودن به چه معنا است؟

انتخاب t-norm ، s-norm و complement بر چه مبنایی انجام می‌گردد؟

چه ضرورتی به وجود استلزام‌های گوناگون می‌باشد؟

برای قواعد کلاسیک $p \rightarrow q$ می‌دانیم که $\bar{p} \vee q$ و $\bar{p} \vee (p \wedge q)$ معادل هم‌اند.

آیا برای قواعد فازی نیز می‌توان آنها را معادل دانست و این معادل بودن به چه معنا است؟

برای یک قاعده‌ی کلاسیک $p \rightarrow q$ ، یک استلزام سراسری وجود دارد (همه‌ی حالت‌های ممکن مطابق جدول درستی مشخص است) ولی در مورد یک قاعده‌ی فازی لزوما اینچنین نیست.

مثال:

قاعده‌ی زیر که برای سرعت fast مطرح شده است ممکن است اطلاعاتی برای سرعت‌های medium و slow فراهم نکند (استلزام محلی) .

IF speed is fast THEN resistance is high

$p \rightarrow q \equiv p \wedge q$

IF < FP_1 > THEN < FP_2 > ELSE < NOTHING >

انتخاب t-norm ، s-norm و complement بر چه مبنایی انجام می‌گردد؟

- ... حجم محاسبات ...

آیا ضرورتی به وجود استلزام‌های گوناگون می‌باشد؟

وقتی دانش بشری در قالب قواعد اگر-آنگاه بازنمایی می‌شود از آنجا که افراد مختلف تفسیرهای متفاوتی از این گونه قواعد دارند لازم است برای تطابق با این تفسیرها، استلزام‌های گوناگونی وجود داشته باشد.

استلزام Mamdani :

IF < FP_1 > THEN < FP_2 >

- p ∧ q interpretation
- min or algebraic product fuzzy intersection

$$\mu_{Q_{MM}}(x,y) = min\left[\mu_{FP_1}(x)\,,\mu_{FP_2}(y)\right]$$

$$\mu_{Q_{MP}}(x,y) = \mu_{FP_1}(x).\mu_{FP_2}(y)$$

استلزام Mamdani پرکاربردترین استلزام
در منطق فازی و کنترل فازی است.
ویژگی این استلزام، محلی بودن قاعده‌ی
اگر- آنگاه فازی است.

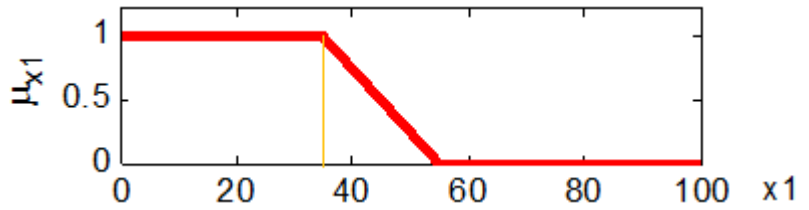
مثال۱:

فرض کنید x_1 و x_2 به ترتیب نشانگر سرعت و شتاب یک خودرو باشند و y نیروی اعمالی به پدال گاز باشد. برای قاعده‌ی فازی زیر، با استفاده از ضرب جبری برای t-norm و استلزام Dienes-Rescher ، تابع عضویت رابطه‌ی فازی قاعده‌ی فازی را تعیین نمایید.

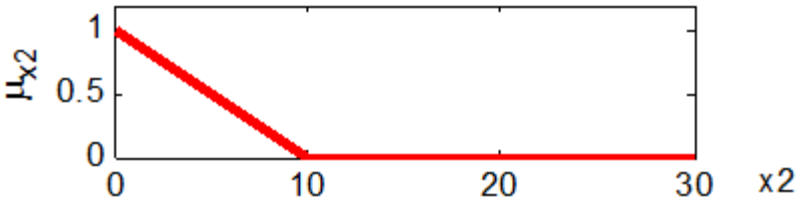
$$IF\ x_1\ is\ slow\ and\ x_2\ is\ small, THEN\ y\ is\ large$$

$$x_1 \epsilon\, U_1 = [0,100] \qquad x_2 \epsilon\, U_2 = [0,30] \qquad y \epsilon\, V = [0,3] \qquad Q_D \subset U_1 \times U_2 \times V$$

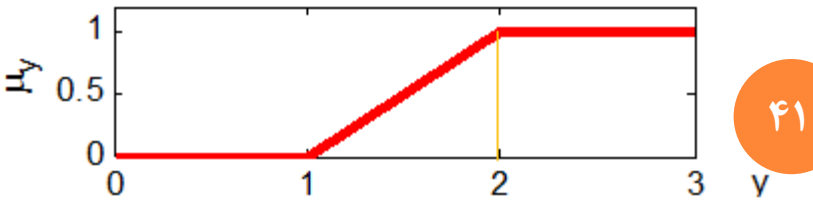
$$\mu_{slow}(x_1) = \begin{cases} 1 & if\ x_1 \le 35 \\ \dfrac{55 - x_1}{20} & if\ 35 < x_1 \le 55 \\ 0 & if\ x_1 > 55 \end{cases}$$



$$\mu_{small}(x_2) = \begin{cases} \dfrac{10 - x_2}{10} & if\ x_2 \le 10 \\ 0 & if\ x_2 > 10 \end{cases}$$



$$\mu_{large}(y) = \begin{cases} 0 & if\ y \le 1 \\ y - 1 & if\ 1 < y \le 2 \\ 1 & if\ y > 2 \end{cases}$$



مثال۱:

$$IF\ x_1\ is\ slow\ and\ x_2\ is\ small, THEN\ y\ is\ large$$

$$\mu_{slow}(x_1) = \begin{cases} 1 & if\ x_1 \le 35 \\ \frac{55 - x_1}{20} & if\ 35 < x_1 \le 55 \\ 0 & if\ x_1 > 55 \end{cases} \qquad \mu_{small}(x_2) = \begin{cases} \frac{10 - x_2}{10} & if\ x_2 \le 10 \\ 0 & if\ x_2 > 10 \end{cases}$$

$$\mu_{FP_1}(x_1, x_2) = \mu_{slow}(x_1)\mu_{smal}(x_2)$$

$$\mu_{FP_1}(x_1, x_2) = \begin{cases} 0 & if\ x_1 > 55\ or\ x_2 > 10 \\ \frac{10 - x_2}{10} & if\ x_1 \le 35\ and\ x_2 \le 10 \\ \frac{(55 - x_1)(10 - x_2)}{200} & if\ 35 < x_1 \le 55\ and\ x_2 \le 10 \end{cases}$$

مقدم قاعده، یک گزاره ی فازی مرکب است که لازم است از ضرب جبری برای تعیین تابع عضویت آن استفاده گردد.

مثال۱:

IF x_1 is slow and x_2 is small, THEN y is large

$$\mu_{FP_1}(x_1, x_2) = \begin{cases} 0 & \text{if } x_1 > 55 \text{ or } x_2 > 10 \\ \dfrac{10 - x_2}{10} & \text{if } x_1 \le 35 \text{ and } x_2 \le 10 \\ \dfrac{(55 - x_1)(10 - x_2)}{200} & \text{if } 35 < x_1 \le 55 \text{ and } x_2 \le 10 \end{cases}$$

$$\mu_{large}(y) = \begin{cases} 0 & \text{if } y \le 1 \\ y - 1 & \text{if } 1 < y \le 2 \\ 1 & \text{if } y > 2 \end{cases}$$

$$\mu_{Q_D}(x_1, x_2, y) = max\left[1 - \mu_{FP_1}(x_1, x_2),\ \mu_{large}(y)\right]$$

$$1 - \mu_{FP_1}(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 & \text{if } x_1 > 55 \text{ or } x_2 > 10 \\ x_2/10 & \text{if } x_1 \le 35 \text{ and } x_2 \le 10 \\ 1 - \dfrac{(55 - x_1)(10 - x_2)}{200} & \text{if } 35 < x_1 \le 55 \text{ and } x_2 \le 10 \end{cases}$$

مثال۱:

$$IF\ x_1\ is\ slow\ and\ x_2\ is\ small, THEN\ y\ is\ large$$

$$\mu_{Q_D}(x_1, x_2, y) = max\left[1 - \mu_{FP_1}(x_1, x_2)\ ,\ \mu_{large}(y)\right]$$

$$1 - \mu_{FP_1}(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 & if\ x_1 > 55\ or\ x_2 > 10 \\ x_2/10 & if\ x_1 \le 35\ and\ x_2 \le 10 \\ 1 - \dfrac{(55 - x_1)(10 - x_2)}{200} & if\ 35 < x_1 \le 55\ and\ x_2 \le 10 \end{cases}$$

$$\mu_{large}(y) = \begin{cases} 0 & if\ y \le 1 \\ y - 1 & if\ 1 < y \le 2 \\ 1 & if\ y > 2 \end{cases}$$

$$\mu_{Q_D}(x_1, x_2, y)$$

$$= \begin{cases} 1 & if\ x_1 > 55\ or\ x_2 > 10\ or\ y > 2 \\ \dfrac{x_2}{10} & if\ x_1 \le 35\ and\ x_2 \le 10\ and\ y \le 1 \\ 1 - \dfrac{(55 - x_1)(10 - x_2)}{200} & if\ 35 < x_1 \le 55\ and\ x_2 \le 10\ and\ y \le 1 \\ max\left[y - 1\ ,\ \dfrac{x_2}{10}\right] & if\ x_1 \le 35\ and\ x_2 \le 10\ and\ 1 < y \le 2 \\ max\left[y - 1\ , 1 - \dfrac{(55 - x_1)(10 - x_2)}{200}\right] & if\ 35 < x_1 \le 55\ and\ x_2 \le 10\ and\ 1 < y \le 2 \end{cases}$$

مثال ۲:

فرض کنید x_1 و x_2 به ترتیب نشانگر سرعت و شتاب یک خودرو باشند و y نیروی اعمالی به پدال گاز باشد. برای قاعده‌ی فازی زیر، با استفاده از ضرب جبری برای t-norm و استلزام ضرب Mamdani ، تابع عضویت رابطه‌ی فازی قاعده‌ی فازی را تعیین نمایید.

$$IF\ x_1\ is\ slow\ and\ x_2\ is\ small, THEN\ y\ is\ large$$

$$x_1 \epsilon\, U_1 = [0, 100] \qquad x_2 \epsilon\, U_2 = [0, 30] \qquad y \epsilon\, V = [0, 3] \qquad Q_D \subset U_1 \times U_2 \times V$$

$$\mu_{slow}(x_1) = \frac{1}{1 + e^{\frac{x_1 - 45}{5}}}$$

$$\mu_{small}(x_2) = \frac{1}{1 + e^{\frac{x_2 - 5}{2}}}$$

$$\mu_{large}(y) = \frac{1}{1 + e^{2(-y+1.25)}}$$

$$\mu_{Q_{MP}}(x_1, x_2, y) = \mu_{slow}(x_1)\, \mu_{small}(x_2)\, \mu_{large}(y)$$

$$\mu_{Q_{MP}}(x_1, x_2, y) = \frac{1}{\left(1 + e^{\frac{x_1 - 45}{5}}\right)\left(1 + e^{\frac{x_2 - 5}{2}}\right)\left(1 + e^{2(-y+1.25)}\right)}$$

مثال ۳:

$U=\{1,2,3,4\}$ و $V=\{1,2,3\}$ را در نظر بگیرید. فرض کنید $x\in U$ به طور معکوس با $y\in V$ متناسب است که این ویژگی در قالب قاعده‌ی فازی زیر مشخص شده است. رابطه‌ی این قاعده‌ی اگر-آنگاه فازی را بر اساس استلزام‌های تعیین شده به دست آورید.

$$IF\ x\ is\ large, THEN\ y\ is\ small$$

$$large = \frac{0}{1} + \frac{0.1}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{1}{4}$$

$$small = \frac{1}{1} + \frac{0.5}{2} + \frac{0.1}{3}$$

الف: استلزام Dienes-Rescher

ب: استلزام Lukasiewicz

ج: استلزام Zadeh

د: استلزام Godel

ه : استلزام مینیمم Mamdani

و: استلزام ضرب Mamdani

مثال ۳:

$U=\{1,2,3,4\}$ و $V=\{1,2,3\}$ را در نظر بگیرید. فرض کنید $x\in U$ به طور معکوس با $y\in V$ متناسب است که این ویژگی در قالب قاعده‌ی فازی زیر مشخص شده است. رابطه‌ی این قاعده‌ی اگر-آنگاه فازی را بر اساس استلزام‌های تعیین شده به دست آورید.

$$IF\ x\ is\ large, THEN\ y\ is\ small$$

$$large = \frac{0}{1} + \frac{0.1}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{1}{4}$$

$$small = \frac{1}{1} + \frac{0.5}{2} + \frac{0.1}{3}$$

الف: استلزام Dienes-Rescher

ب: استلزام Lukasiewicz

ج: استلزام Zadeh

د: استلزام Godel

ه : استلزام مینیمم Mamdani

و: استلزام ضرب Mamdani

$$\mu_{Q_D}(x,y) = max\left[1-\mu_{FP_1}(x)\,,\mu_{FP_2}(y)\right]$$

$$Q_D = \frac{1}{(1,1)} + \frac{1}{(1,2)} + \frac{1}{(1,3)} + \frac{1}{(2,1)} + \frac{0.9}{(2,2)} + \frac{0.9}{(2,3)} + \frac{1}{(3,1)} + \frac{0.5}{(3,2)} + \frac{0.5}{(3,3)} + \frac{1}{(4,1)} + \frac{0.5}{(4,2)} + \frac{0.1}{(4,3)}$$

مثال ۳:

$U=\{1,2,3,4\}$ و $V=\{1,2,3\}$ را در نظر بگیرید. فرض کنید $x\in U$ به طور معکوس با $y\in V$ متناسب است که این ویژگی در قالب قاعده‌ی فازی زیر مشخص شده است. رابطه‌ی این قاعده‌ی اگر-آنگاه فازی را بر اساس استلزام‌های تعیین شده به دست آورید.

$$IF\ x\ is\ large, THEN\ y\ is\ small$$

$$large = \frac{0}{1} + \frac{0.1}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{1}{4}$$

$$small = \frac{1}{1} + \frac{0.5}{2} + \frac{0.1}{3}$$

الف: استلزام Dienes-Rescher

ب: استلزام Lukasiewicz

ج: استلزام Zadeh

د: استلزام Godel

ه : استلزام مینیمم Mamdani

و: استلزام ضرب Mamdani

$$\mu_{Q_L}(x,y) = min[1, 1 - \mu_{FP_1}(x) + \mu_{FP_2}(y)]$$

$$Q_L = \frac{1}{(1,1)} + \frac{1}{(1,2)} + \frac{1}{(1,3)} + \frac{1}{(2,1)} + \frac{1}{(2,2)} + \frac{1}{(2,3)} + \frac{1}{(3,1)} + \frac{1}{(3,2)} + \frac{0.6}{(3,3)} + \frac{1}{(4,1)} + \frac{0.5}{(4,2)} + \frac{0.1}{(4,3)}$$

مثال ۳:

$U=\{1,2,3,4\}$ و $V=\{1,2,3\}$ را در نظر بگیرید. فرض کنید $x\in U$ به طور معکوس با $y\in V$ متناسب است که این ویژگی در قالب قاعده‌ی فازی زیر مشخص شده است. رابطه‌ی این قاعده‌ی اگر-آنگاه فازی را بر اساس استلزام‌های تعیین شده به دست آورید.

$$IF\ x\ is\ large, THEN\ y\ is\ small$$

$$large = \frac{0}{1} + \frac{0.1}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{1}{4}$$

$$small = \frac{1}{1} + \frac{0.5}{2} + \frac{0.1}{3}$$

الف: استلزام Dienes-Rescher

ب: استلزام Lukasiewicz

ج: استلزام Zadeh

د: استلزام Godel

$$\mu_{Q_Z}(x,y) = max\left[min(\mu_{FP_1}(x), \mu_{FP_2}(y)), 1-\mu_{FP_1}(x)\right]$$

ه : استلزام مینیمم Mamdani

و: استلزام ضرب Mamdani

$$Q_Z = \frac{1}{(1,1)} + \frac{1}{(1,2)} + \frac{1}{(1,3)} + \frac{0.9}{(2,1)} + \frac{0.9}{(2,2)} + \frac{0.9}{(2,3)} + \frac{0.5}{(3,1)} + \frac{0.5}{(3,2)} + \frac{0.5}{(3,3)} + \frac{1}{(4,1)} + \frac{0.5}{(4,2)} + \frac{0.1}{(4,3)}$$

مثال ۳:

$U=\{1,2,3,4\}$ و $V=\{1,2,3\}$ را در نظر بگیرید. فرض کنید $x\in U$ به طور معکوس با $y\in V$ متناسب است که این ویژگی در قالب قاعده‌ی فازی زیر مشخص شده است. رابطه‌ی این قاعده‌ی اگر-آنگاه فازی را بر اساس استلزام‌های تعیین شده به دست آورید.

$$IF\ x\ is\ large, THEN\ y\ is\ small$$

$$large = \frac{0}{1} + \frac{0.1}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{1}{4}$$

$$small = \frac{1}{1} + \frac{0.5}{2} + \frac{0.1}{3}$$

الف: استلزام Dienes-Rescher

ب: استلزام Lukasiewicz

ج: استلزام Zadeh

د: استلزام Godel

$$\mu_{Q_G}(x,y) = \begin{cases} 1 & if\ \mu_{FP_1}(x) \le \mu_{FP_2}(y) \\ \mu_{FP_2}(y) & otherwise \end{cases}$$

ه : استلزام مینیمم Mamdani

و: استلزام ضرب Mamdani

$$Q_G = \frac{1}{(1,1)} + \frac{1}{(1,2)} + \frac{1}{(1,3)} + \frac{1}{(2,1)} + \frac{1}{(2,2)} + \frac{1}{(2,3)} + \frac{1}{(3,1)} + \frac{1}{(3,2)} + \frac{0.1}{(3,3)} + \frac{1}{(4,1)} + \frac{0.5}{(4,2)} + \frac{0.1}{(4,3)}$$

مثال ۳:

$U=\{1,2,3,4\}$ و $V=\{1,2,3\}$ را در نظر بگیرید. فرض کنید $x\in U$ به طور معکوس با $y\in V$ متناسب است که این ویژگی در قالب قاعده‌ی فازی زیر مشخص شده است. رابطه‌ی این قاعده‌ی اگر-آنگاه فازی را بر اساس استلزام‌های تعیین شده به دست آورید.

$$IF\ x\ is\ large, THEN\ y\ is\ small$$

$$large = \frac{0}{1} + \frac{0.1}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{1}{4}$$

$$small = \frac{1}{1} + \frac{0.5}{2} + \frac{0.1}{3}$$

الف: استلزام Dienes-Rescher

ب: استلزام Lukasiewicz

ج: استلزام Zadeh

د: استلزام Godel

ه : استلزام مینیمم Mamdani

$$\mu_{Q_{MM}}(x,y) = min[\mu_{FP_1}(x), \mu_{FP_2}(y)]$$

و: استلزام ضرب Mamdani

$$Q_{MM} = \frac{0}{(1,1)} + \frac{0}{(1,2)} + \frac{0}{(1,3)} + \frac{0.1}{(2,1)} + \frac{0.1}{(2,2)} + \frac{0.1}{(2,3)} + \frac{0.5}{(3,1)} + \frac{0.5}{(3,2)} + \frac{0.1}{(3,3)} + \frac{1}{(4,1)} + \frac{0.5}{(4,2)} + \frac{0.1}{(4,3)}$$

مثال ۳:

$U=\{1,2,3,4\}$ و $V=\{1,2,3\}$ را در نظر بگیرید. فرض کنید $x\in U$ به طور معکوس با $y\in V$ متناسب است که این ویژگی در قالب قاعده‌ی فازی زیر مشخص شده است. رابطه‌ی این قاعده‌ی اگر-آنگاه فازی را بر اساس استلزام‌های تعیین شده به دست آورید.

$$IF\ x\ is\ large, THEN\ y\ is\ small$$

$$large = \frac{0}{1} + \frac{0.1}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{1}{4}$$

$$small = \frac{1}{1} + \frac{0.5}{2} + \frac{0.1}{3}$$

الف: استلزام Dienes-Rescher

ب: استلزام Lukasiewicz

ج: استلزام Zadeh

د: استلزام Godel

ه : استلزام مینیمم Mamdani

$$\mu_{Q_{MP}}(x,y) = \mu_{FP_1}(x).\mu_{FP_2}(y)$$

و: استلزام ضرب Mamdani

$$Q_{MP} = \frac{0}{(1,1)} + \frac{0}{(1,2)} + \frac{0}{(1,3)} + \frac{0.1}{(2,1)} + \frac{0.05}{(2,2)} + \frac{0.01}{(2,3)} + \frac{0.5}{(3,1)} + \frac{0.25}{(3,2)} + \frac{0.05}{(3,3)} + \frac{1}{(4,1)} + \frac{0.5}{(4,2)} + \frac{0.1}{(4,3)}$$

توجه:

برای حالت‌هایی که توسط قاعده پوشش داده نمی‌شوند یعنی حالت‌های $(1,1)$، $(1,2)$ و $(1,3)$، استلزام‌های سراسری دارای مقدار عضویت کامل و استلزام‌های محلی دارای مقدار عضویت صفر می‌باشند.

$$IF\ x\ is\ large, THEN\ y\ is\ small$$

$$large = \frac{0}{1} + \frac{0.1}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{1}{4} \qquad small = \frac{1}{1} + \frac{0.5}{2} + \frac{0.1}{3}$$

$$Q_D = \frac{1}{(1,1)} + \frac{1}{(1,2)} + \frac{1}{(1,3)} + \frac{1}{(2,1)} + \frac{0.9}{(2,2)} + \frac{0.9}{(2,3)} + \frac{1}{(3,1)} + \frac{0.5}{(3,2)} + \frac{0.5}{(3,3)} + \frac{1}{(4,1)} + \frac{0.5}{(4,2)} + \frac{0.1}{(4,3)}$$

$$Q_L = \frac{1}{(1,1)} + \frac{1}{(1,2)} + \frac{1}{(1,3)} + \frac{1}{(2,1)} + \frac{1}{(2,2)} + \frac{1}{(2,3)} + \frac{1}{(3,1)} + \frac{1}{(3,2)} + \frac{0.6}{(3,3)} + \frac{1}{(4,1)} + \frac{0.5}{(4,2)} + \frac{0.1}{(4,3)}$$

$$Q_Z = \frac{1}{(1,1)} + \frac{1}{(1,2)} + \frac{1}{(1,3)} + \frac{0.9}{(2,1)} + \frac{0.9}{(2,2)} + \frac{0.9}{(2,3)} + \frac{0.5}{(3,1)} + \frac{0.5}{(3,2)} + \frac{0.5}{(3,3)} + \frac{1}{(4,1)} + \frac{0.5}{(4,2)} + \frac{0.1}{(4,3)}$$

$$Q_G = \frac{1}{(1,1)} + \frac{1}{(1,2)} + \frac{1}{(1,3)} + \frac{1}{(2,1)} + \frac{1}{(2,2)} + \frac{1}{(2,3)} + \frac{1}{(3,1)} + \frac{1}{(3,2)} + \frac{0.1}{(3,3)} + \frac{1}{(4,1)} + \frac{0.5}{(4,2)} + \frac{0.1}{(4,3)}$$

$$Q_{MM} = \frac{0}{(1,1)} + \frac{0}{(1,2)} + \frac{0}{(1,3)} + \frac{0.1}{(2,1)} + \frac{0.1}{(2,2)} + \frac{0.1}{(2,3)} + \frac{0.5}{(3,1)} + \frac{0.5}{(3,2)} + \frac{0.1}{(3,3)} + \frac{1}{(4,1)} + \frac{0.5}{(4,2)} + \frac{0.1}{(4,3)}$$

$$Q_{MP} = \frac{0}{(1,1)} + \frac{0}{(1,2)} + \frac{0}{(1,3)} + \frac{0.1}{(2,1)} + \frac{0.05}{(2,2)} + \frac{0.01}{(2,3)} + \frac{0.5}{(3,1)} + \frac{0.25}{(3,2)} + \frac{0.05}{(3,3)} + \frac{1}{(4,1)} + \frac{0.5}{(4,2)} + \frac{0.1}{(4,3)}$$

دستورکار این جلسه:

متغیرهای زبانی و قواعد اگر-آنگاه فازی

- متغیرهای زبانی
- hedgeهای زبانی
- گزاره‌های فازی
- قواعد اگر-آنگاه فازی
- استلزام‌ها

QUESTIONS?