هرکه گوید جمله حق است احمقی است

آن که گوید جمله باطل، او شقی است

مولانا

سیستم‌های فازی

6

Presented By: A. Maleki

Fall 2021

منطق فازی و استنتاج تقریبی

عنوان مطالب:

- مفاهیم منطق و استنتاج
- یادآوری منطق کلاسیک
- اصول منطق فازی
- قاعده‌ی ترکیبی استنتاج
- مثال‌ها

مفاهیم منطق و استنتاج:

- منطق: روش‌ها و اصول استنتاج

- استنتاج: دستیابی به گزاره‌های جدید با استفاده از گزاره‌های موجود

- منطق فازی: برخلاف منطق کلاسیک که در آن مقدار درستی گزاره‌ها، صفر یا یک است در منطق فازی، می‌تواند هر مقداری در محدوده‌ی [0,1] داشته باشد.

- استنتاج تقریبی: دستیابی به گزاره‌های فازی جدید با استفاده از گزاره‌های فازی موجود یا دستیابی به نتایج نادقیق بر اساس مجموعه‌ای از دانسته‌های نادقیق

استنتاج تقریبی	approximate reasoning

منطق فازی و استتاج تقریبی

عنوان مطالب:

- ☑ مفاهیم منطق و استنتاج
- ☐ یادآوری منطق کلاسیک
- ☐ اصول منطق فازی
- ☐ قاعده‌ی ترکیبی استنتاج
- ☐ مثال‌ها

یادآوری منطق کلاسیک:

- در منطق کلاسیک، ارتباط بین گزاره‌ها معمولا به صورت جدول درستی بازنمایی می‌گردد.

مثال: جدول درستی برای اشتراک، اجتماع، استلزام، معادل بودن و منفی کردن.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$	$\bar{p}$
T	T	T	T	T	T	F
T	F	F	T	F	F	F
F	T	F	T	T	F	T
F	F	F	F	T	T	T

واژه‌نامه

اجتماع	conjunction
اشتراک	disjunction
استلزام	implication
معادل بودن	equivalence
منفی کردن	negation

یادآوری منطق کلاسیک:

سوال: برای n گزاره‌ی پایه، چه تعداد گزاره‌ی جدید می‌توان تعریف نمود؟

2^n ترکیب متفاوت مقدار درستی

2^{2^n} تابع منطقی (هر تابع منطقی یک گزاره‌ی جدید است.)

از آنجا که برای مقادیر بزرگ n ، تعداد گزاره‌های جدید قابل تعریف فوق‌العاده زیاد است تمام توابع منطقی با تعداد محدودی عمل منطقی پایه نمایش می‌یابند.
این مجموعه عمل‌های پایه،
complete set of primitives نامیده می‌شوند.

واژه‌نامه

Logic function	تابع منطقی

یادآوری منطق کلاسیک:

- پرکاربردترین complete set of primitives :

  اجتماع، اشتراک و منفی‌کردن

(با ترکیب اجتماع، اشتراک و منفی کردن می توان دیگر توابع منطقی را ایجاد نمود.)

- فرمول منطقی:

  عبارتی جبری که از ترکیب اجتماع، اشتراک و منفی‌کردن به شیوه‌ای خاص ایجاد می‌گردد.

فرمول منطقی به طور بازگشتی به صورت زیر تعریف می‌گردد:

۱- مقادیر درستی 1 و 0 ، فرمول منطقی هستند.

۲- اگر p یک گزاره باشد آنگاه p و $\sim p$ فرمول منطقی هستند.

۳- اگر p و q فرمول‌های منطقی باشند $p \wedge q$ و $p \vee q$ نیز فرمول منطقی هستند.

۴- فرمول‌های منطقی تنها به سه بند قبل محدود می‌گردد.

یادآوری منطق کلاسیک:

- **درست نما :**

فرمول منطقی‌ای که مستقل از مقدار درستی گزاره‌های اصلی تشکیل دهنده‌ی آن، همواره درست باشد.

- **نقض:**

فرمول منطقی‌ای که مستقل از مقدار درستی گزاره‌های اصلی تشکیل دهنده‌ی آن، همواره نادرست باشد.

واژه‌نامه

درست نما	tautology
نقض	contradiction

مثال:

نشان دهید فرمول‌های منطقی زیر درست‌نما هستند.

الف: $(p \to q) \leftrightarrow (\bar{p} \vee q)$

ب: $(p \to q) \leftrightarrow ((p \wedge q) \vee \bar{p})$

p	q	$p \to q$	$\bar{p} \vee q$	$(p \wedge q) \vee \bar{p}$	$(p \to q) \leftrightarrow (\bar{p} \vee q)$	$(p \to q) \leftrightarrow ((p \wedge q) \vee \bar{p})$
T	T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	F	T	T
F	T	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T

یادآوری منطق کلاسیک:

- **قاعده‌ی استنتاج:**

  درست‌نمایی که به منظور استنتاج قیاسی به کار می‌رود.

- **پرکاربردترین قاعده‌های استنتاج:**

1. **Modus Ponens**
2. **Modus Tollens**
3. **Hypothetical Syllogism**

واژه‌نامه

قاعده‌ی استنتاج	**inference rule**
استنتاج قیاسی	**deductive inference**

قاعده‌ی استنتاج Modus Ponens

Premise 1: x is A

Premise 2: IF x is A THEN y is B

Conclusion: y is B

$$\frac{P \qquad P \Rightarrow Q}{Q}$$

واژه‌نامه

premise	فرض مقدم
conclusion	نتیجه

Modus Tollens قاعده‌ی استنتاج

Premise 1: y is not B

Premise 2: IF x is A THEN y is B

Conclusion: x is not A

Hypothetical Syllogism قاعده‌ی استنتاج

Premise 1: IF x is A THEN y is B

Premise 2: IF y is B THEN z is C

Conclusion: IF x is A THEN z is C

مثال:

با استفاده از جدول درستی، درست نما بودن هر یک از موارد زیر را اثبات کنید.

الف: Modus Ponens

ب: Modus Tollens

ج: Hypothetical Syllogism

مثال:

با استفاده از جدول درستی، درست نما بودن هر یک از موارد زیر را اثبات کنید.

الف: Modus Ponens

ب: Modus Tollens

ج: Hypothetical Syllogism

p	q	$p \to q$	$p \wedge (p \to q)$	$[p \wedge (p \to q)] \to q$
F	F	T	F	T
F	T	T	F	T
T	F	F	F	T
T	T	T	T	T

مثال:

با استفاده از جدول درستی، درست نما بودن هر یک از موارد زیر را اثبات کنید.

الف: Modus Ponens

ب: Modus Tollens

ج: Hypothetical Syllogism

p	q	$p \to q$	$\overline{q} \wedge (p \to q)$	$[\overline{q} \wedge (p \to q)] \to \overline{p}$
F	F	T	T	T
F	T	T	F	T
T	F	F	F	T
T	T	T	F	T

مثال:

با استفاده از جدول درستی، درست نما بودن هر یک از موارد زیر را اثبات کنید.

الف: Modus Ponens

ب: Modus Tollens

ج: Hypothetical Syllogism

p	q	r	$p \to q$	$q \to r$	$(p \to q) \wedge (q \to r)$	$p \to r$	$[(p \to q) \wedge (q \to r)] \to (p \to r)$
F	F	F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	F	T	T
F	T	T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F	F	T
T	F	T	F	T	F	T	T
T	T	F	T	F	F	F	T
T	T	T	T	T	T	T	T

منطق فازی و استتاج تقریبی

عنوان مطالب:

- ☑ مفاهیم منطق و استنتاج
- ☑ یادآوری منطق کلاسیک
- ☐ اصول منطق فازی
- ☐ قاعده‌ی ترکیبی استنتاج
- ☐ مثال‌ها

منطق فازی:

- هدف نهایی منطق فازی:

استفاده از گزاره‌های نادقیق و انجام استنتاج تقریبی به منظور دستیابی به گزاره‌های نادقیق جدید.

- اصل‌های اساسی منطق فازی:

1. Generalized Modus Ponens (GMP)
2. Generalized Modus Tollens (GMT)
3. Generalized Hypothetical Syllogism (GHS)

Generalized Modus Ponens قاعده‌ی استنتاج

Premise 1: x is A'

Premise 2: IF x is A THEN y is B

Conclusion: y is B'

- معیارهای شهودی:

	x is A' (Premise 1)	y is B' (Conclusion)
criterion p1	x is A	y is B
criterion p2	x is very A	y is very B
criterion p3	x is very A	y is B
criterion p4	x is more or less A	y is more or less B
criterion p5	x is more or less A	y is B
criterion p6	x is not A	y is unknown
criterion p7	x is not A	y is not B

intuitive criteria	معیارهای شهودی

نکاتی در رابطه با معیارهای شهودی:

	x is A' (Premise 1)	y is B' (Conclusion)
criterion p1	x is A	y is B
criterion p2	x is very A	y is very B
criterion p3	x is very A	y is B
criterion p4	x is more or less A	y is more or less B
criterion p5	x is more or less A	y is B
criterion p6	x is not A	y is unknown
criterion p7	x is not A	y is not B

- معیارهای ۳ و ۵ مربوط به شرایطی است که ارتباط علت و معلولی بین x is A و y is B قوی نباشد.
- معیار ۷ مربوط به تعبیر قاعده به صورت زیر است:

IF x is A THEN y is B ELSE y is not B

(اگرچه چنین ارتباطی در منطق کلاسیک معتبر نیست ولی در استنتاج های روزمره کاربرد دارد.)

- ضرورتی ندارد تمام معیارهای شهودی برای یک نمونه مجموعه‌های فازی برقرار باشد.

قاعده‌ی استنتاج Generalized Modus Tollens

Premise 1: y is B'

Premise 2: IF x is A THEN y is B

Conclusion: x is A'

- معیارهای شهودی:

	y is B' (Premise 1)	x is A' (Conclusion)
criterion t1	y is not B	x is not A
criterion t2	y is not very B	x is not very A
criterion t3	y is not more or less B	x is not more or less A
criterion t4	y is B	x is unknown
criterion t5	y is B	x is A

Generalized Hypothetical Syllogism قاعده‌ی استنتاج

Premise 1: IF x is A THEN y is B

Premise 2: IF y is B' THEN z is C

Conclusion: IF x is A THEN z is C'

- معیارهای شهودی:

	y is B' (Premise 2)	z is C' (Conclusion)
criterion s1	y is B	z is C
criterion s2	y is very B	z is more or less C
criterion s3	y is very B	z is C
criterion s4	y is more or less B	z is very C
criterion s5	y is more or less B	z is C
criterion s6	y is not B	z is unknown
criterion s7	y is not B	z is not C

منطق فازی و استتاج تقریبی

عنوان مطالب:

- ☑ مفاهیم منطق و استنتاج
- ☑ یادآوری منطق کلاسیک
- ☑ اصول منطق فازی
- ☐ قاعده‌ی ترکیبی استنتاج
- ☐ مثال‌ها

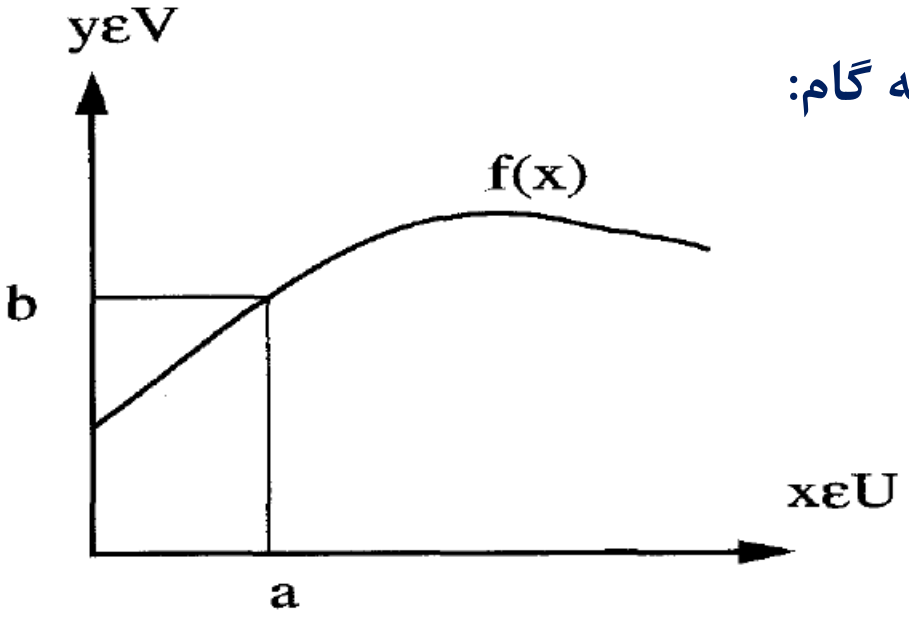
قاعده‌ی ترکیبی استنتاج:

- معرفی قاعده‌ی ترکیبی استنتاج در سه گام:

گام اول:

گام دوم:

گام سوم:



Inferring $y = b$ from $x = a$ and $y = f(x)$

Compositional rule of inference	قاعده‌ی ترکیبی استنتاج

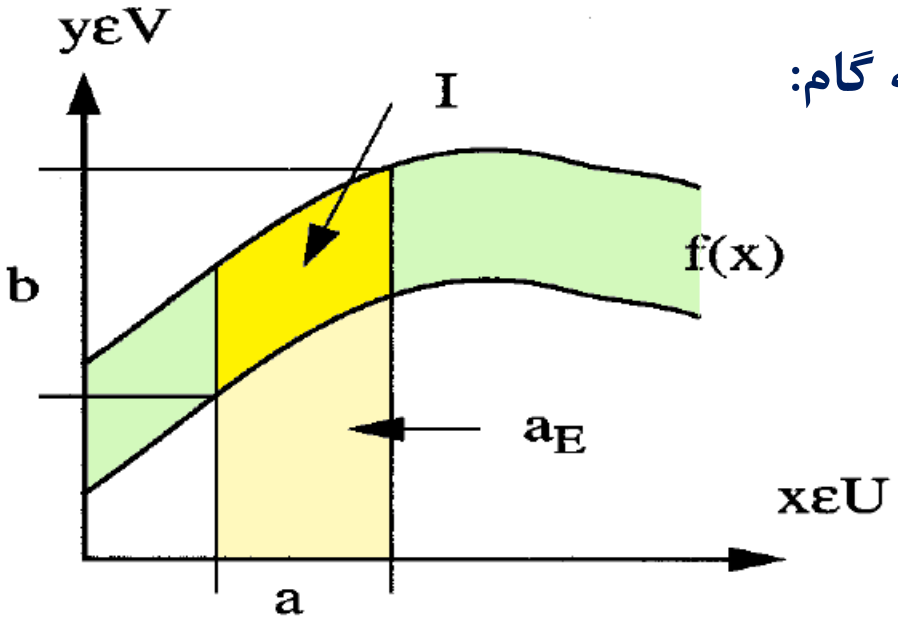
قاعده‌ی ترکیبی استنتاج:

- معرفی قاعده‌ی ترکیبی استنتاج در سه گام:

گام اول:

گام دوم:

گام سوم:



Inferring interval b from interval a and interval-valued function $f(x)$.

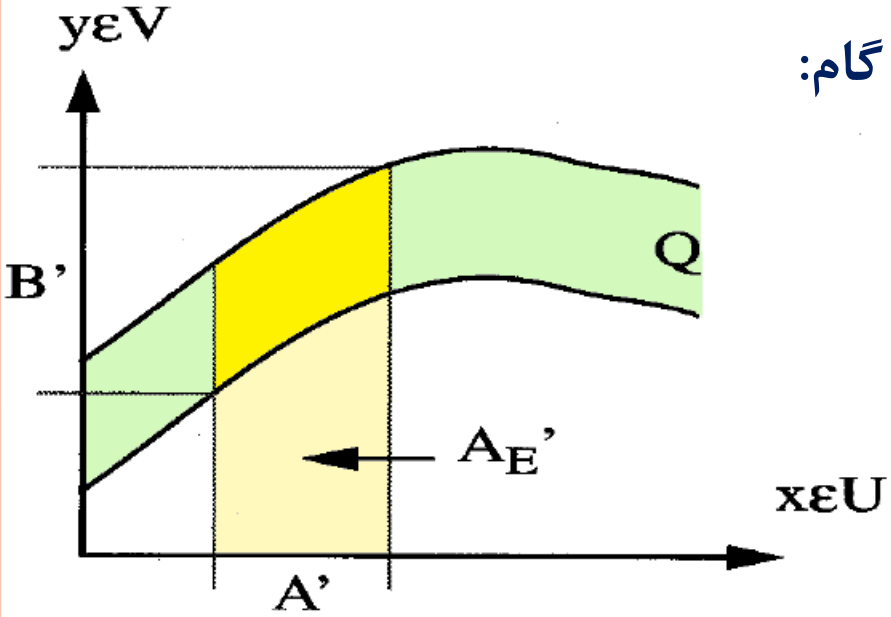
قاعده‌ی ترکیبی استنتاج:

- معرفی قاعده‌ی ترکیبی استنتاج در سه گام:

گام اول:

گام دوم:

گام سوم:



Inferring fuzzy set B' from fuzzy set A' and fuzzy relation Q.

$$\mu_{A'_E}(x,y) = \mu_{A'}(x)$$

$$\mu_{A'_E \cap Q}(x,y) = t\left[\mu_{A'_E}(x,y), \mu_Q(x,y)\right] = t\left[\mu_{A'}(x), \mu_Q(x,y)\right]$$

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \epsilon U} t\left[\mu_{A'}(x), \mu_Q(x,y)\right]$$

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \epsilon U}\left[\mu_{A'}(x) \star \mu_Q(x,y)\right]$$

Generalized Modus Ponens قاعده‌ی استنتاج

Premise 1:	**x is A'**	**fuzzy set A' in U**
Premise 2:	**IF x is A THEN y is B**	**fuzzy relation A→B in U×V**
Conclusion:	**y is B'**	**fuzzy set B' in V**

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \epsilon U} t[\mu_{A'}(x), \mu_{A \to B}(x, y)]$$

Generalized Modus Tollens قاعده‌ی استنتاج

Premise 1:	**y is B'**	**fuzzy set B' in V**
Premise 2:	**IF x is A THEN y is B**	**fuzzy relation A→B in U×V**
Conclusion:	**x is A'**	**fuzzy set A' in U**

$$\mu_{A'}(x) = \sup_{y \epsilon V} t[\mu_{B'}(y), \mu_{A \to B}(x, y)]$$

Generalized Hypothetical Syllogism قاعده‌ی استنتاج

Premise 1:	**IF x is A THEN y is B**	**fuzzy relation A→B in U×V**
Premise 2:	**IF y is B' THEN z is C**	**fuzzy relation B'→C in V×W**
Conclusion:	**IF x is A THEN z is C'**	**fuzzy relation A→C' in U×W**

$$\mu_{A\to C'}(x,z) = \sup_{y\epsilon V} t[\mu_{A\to B}(x,y), \mu_{B'\to C}(y,z)]$$

منطق فازی و استتاج تقریبی

عنوان مطالب:

- ☑ مفاهیم منطق و استنتاج
- ☑ یادآوری منطق کلاسیک
- ☑ اصول منطق فازی
- ☑ قاعده‌ی ترکیبی استنتاج
- ☐ مثال‌ها

مثال۱:

با فرض استفاده از مینیمم برای t-norm و استلزام ضرب ممدانی برای قاعده‌ی فازی، استنتاج فازی B' متناظر با هر یک از موارد زیر را بر اساس قاعده‌ی استنتاج GMP تعیین نمایید. فرض کنید مجموعه‌ی فازی A نرمال باشد.

الف: A' = A

ب: A' = very A

ج: A' = more or less A

د: A' = ~A

یادآوری:

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \epsilon U} t[\mu_{A'}(x), \mu_{A \to B}(x, y)]$$

الف: A' = A

ب: A' = very A

ج: A' = more or less A

د: A' = ~A

حل الف:

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \epsilon U} t[\mu_{A'}(x), \mu_{A \to B}(x, y)]$$

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \epsilon U} \{min[\mu_A(x), \mu_A(x)\mu_B(y)]\}$$

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \epsilon U} \{\mu_A(x)\mu_B(y)\}$$

$$\mu_{B'}(y) = \mu_B(y)$$

الف: A' = A

حل ب:

ب: A' = very A

ج: A' = more or less A

د: A' = ~A

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \epsilon U} t[\mu_{A'}(x), \mu_{A \to B}(x, y)]$$

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \epsilon U} \{min[\mu_A^2(x), \mu_A(x)\mu_B(y)]\}$$

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \epsilon U} \{\mu_A(x).min[\mu_A(x), \mu_B(y)]\}$$

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \epsilon U} \begin{cases} \mu_A^2(x) & \mu_A(x) \leq \mu_B(y) \\ \mu_A(x)\mu_B(y) & \mu_A(x) \geq \mu_B(y) \end{cases}$$

$$\mu_{B'}(y) = \mu_B(y)$$

الف: A' = A

ب: A' = very A

ج: A' = more or less A

د: A' = ~A

حل ج:

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \epsilon U} t[\mu_{A'}(x), \mu_{A \to B}(x, y)]$$

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \epsilon U} \left\{ min \left[\mu_A^{1/2}(x), \mu_A(x) \mu_B(y) \right] \right\}$$

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \epsilon U} \{ \mu_A(x) . \mu_B(y) \}$$

$$\mu_{B'}(y) = \mu_B(y)$$

الف: A' = A

ب: A' = very A

ج: A' = more or less A

د: A' = ~A

حل د:

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \epsilon U} t[\mu_{A'}(x), \mu_{A \to B}(x, y)]$$

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \epsilon U} \{min[1 - \mu_A(x), \mu_A(x)\mu_B(y)]\}$$

$$1 - \mu_A(x_0) = \mu_A(x_0)\mu_B(y) \Longrightarrow \mu_A(x_0) = \frac{1}{1 + \mu_B(y)}$$

$$\mu_{B'}(y) = \frac{\mu_B(y)}{1 + \mu_B(y)}$$

جمع‌بندی مثال ۱:

الف: A' = A $\mu_{B'}(y) = \mu_B(y)$

ب: A' = very A $\mu_{B'}(y) = \mu_B(y)$

ج: A' = more or less A $\mu_{B'}(y) = \mu_B(y)$

د: A' = ~A $\mu_{B'}(y) = \frac{\mu_B(y)}{1 + \mu_B(y)}$

- معیارهای شهودی:

	x is A' (Premise 1)	y is B' (Conclusion)
criterion p1	x is A	y is B
criterion p2	x is very A	y is very B
criterion p3	x is very A	y is B
criterion p4	x is more or less A	y is more or less B
criterion p5	x is more or less A	y is B
criterion p6	x is not A	y is unknown
criterion p7	x is not A	y is not B

مثال ۲:

با فرض استفاده از مینیمم برای t-norm و استلزام زاده برای قاعده‌ی فازی، استنتاج فازی B' متناظر با هر یک از موارد زیر را بر اساس قاعده‌ی استنتاج GMP تعیین نمایید. فرض کنید مجموعه‌ی فازی A نرمال باشد.

الف: A' = A

ب: A' = very A

ج: A' = more or less A

د: A' = ~A

یادآوری:

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \epsilon U} t[\mu_{A'}(x), \mu_{A \to B}(x, y)]$$

مثال ۳:

با فرض استفاده از مینیمم برای t-norm و استلزام ضرب ممدانی برای قاعده‌ی فازی، استنتاج فازی A' متناظر با هر یک از موارد زیر را بر اساس قاعده‌ی استنتاج GMT تعیین نمایید. فرض کنید مجموعه‌ی فازی B نرمال باشد.

الف: B' = ~B

ب: B' = not very B

ج: B' = not more or less B

د: B' = B

یادآوری:

$$\mu_{A'}(x) = \sup_{y \epsilon V} t[\mu_{B'}(y), \mu_{A \to B}(x, y)]$$

الف: B' = ~B

حل الف:

ب: B' = not very B

ج: B' = not more or less B

د: B' = B

$$\mu_{A'}(x) = \sup_{y \epsilon V} t[\mu_{B'}(y), \mu_{A \to B}(x, y)]$$

$$\mu_{A'}(x) = \sup_{y \epsilon V} \{min[1 - \mu_B(y), \mu_A(x)\mu_B(y)]\}$$

$$1 - \mu_B(y_0) = \mu_A(x)\mu_B(y_0) \Longrightarrow \mu_B(y_0) = \frac{1}{1 + \mu_A(x)}$$

$$\mu_{A'}(x) = \frac{\mu_A(x)}{1 + \mu_A(x)}$$

الف: B' =~ B

حل ب:

ب: B' = not very B

$$\mu_{A'}(x) = \sup_{y \epsilon V} t[\mu_{B'}(y), \mu_{A \to B}(x, y)]$$

ج: B' = not more or less B

$$\mu_{A'}(x) = \sup_{y \epsilon V}\{min[1 - \mu_B^2(y), \mu_A(x)\mu_B(y)]\}$$

د: B' = B

$$1 - \mu_B^2(y_0) = \mu_A(x)\mu_B(y_0) \Longrightarrow \mu_B(y_0) = \frac{-\mu_A(x) \pm \sqrt{\mu_A^2(x) + 4}}{2}$$

$$\mu_{A'}(x) = \frac{-\mu_A^2(x) + \mu_A(x)\sqrt{\mu_A^2(x) + 4}}{2}$$

الف: B' = ~B

حل ج:

ب: B' = not very B

$$\mu_{A'}(x) = \sup_{y \epsilon V} t[\mu_{B'}(y), \mu_{A \to B}(x, y)]$$

ج: B' = not more or less B

$$\mu_{A'}(x) = \sup_{y \epsilon V} \left\{ min \left[1 - \mu_B^{1/2}(y), \mu_A(x) \mu_B(y) \right] \right\}$$

د: B' = B

$$1 - \mu_B^{1/2}(y_0) = \mu_A(x) \mu_B(y_0) \Longrightarrow \mu_B^{1/2}(y_0) = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4\mu_A(x)}}{2\mu_A(x)}$$

$$\mu_{A'}(x) = \frac{2\mu_A(x) + 1 - \sqrt{1 + 4\mu_A(x)}}{2\mu_A(x)}$$

الف: B' = ~B

ب: B' = not very B

ج: B' = not more or less B

د: B' = B

حل د:

$$\mu_{A'}(x) = \sup_{y \epsilon V} t[\mu_{B'}(y), \mu_{A \to B}(x, y)]$$

$$\mu_{A'}(x) = \sup_{y \epsilon V} \{min[\mu_B(y), \mu_A(x)\mu_B(y)]\}$$

$$\mu_{A'}(x) = \sup_{y \epsilon V} \{\mu_A(x)\mu_B(y)\}$$

$$\mu_{A'}(x) = \mu_A(x)$$

مثال ۴:

با فرض استفاده از مینیمم برای t-norm و استلزام ضرب ممدانی برای قاعده‌ی فازی، استنتاج فازی B' متناظر با هر یک از موارد زیر را بر اساس قاعده‌ی استنتاج GHS تعیین نمایید. فرض کنید مجموعه‌ی فازی B نرمال باشد.

الف: B' = B

یادآوری: $\mu_{A\to C'}(x,z) = \sup_{y\epsilon U} t[\mu_{A\to B}(x,y), \mu_{B'\to C}(y,z)]$

ب: B' = very B

$$\mu_{A\to C'}(x,z) = \sup_{y\epsilon V}\{min[\mu_A(x)\mu_B(y), \mu_{B'}(y)\mu_C(z)]\}$$

ج: B' = more or less B

د: B' = ~ B

الف: B' = B

ب: B' = very B

ج: B' = more or less B

د: B' = ~B

حل الف:

$$\mu_{A\to C'}(x,z) = \sup_{y\epsilon V} t[\mu_{A\to B}(x,y), \mu_{B'\to C}(y,z)]$$

$$\mu_{A\to C'}(x,z) = \sup_{y\epsilon V}\{min[\mu_A(x)\mu_B(y), \mu_B(y)\mu_C(z)]\}$$

$$\mu_{A\to C'}(x,z) = \sup_{y\epsilon V}\{\mu_B(y) min[\mu_A(x), \mu_C(z)]\}$$

$$\mu_{A\to C'}(x,z) = min[\mu_A(x), \mu_C(z)]$$

الف: B' = B

ب: B' = very B

ج: B' = more or less B

د: B' = ~B

حل ب:

$$\mu_{A\to C'}(x,z) = \sup_{y\epsilon U} t[\mu_{A\to B}(x,y), \mu_{B'\to C}(y,z)]$$

$$\mu_{A\to C'}(x,z) = \sup_{y\epsilon V}\{min[\mu_A(x)\mu_B(y), \mu_B^2(y)\mu_C(z)]\}$$

$$\mu_{A\to C'}(x,z) = \sup_{y\epsilon V}\{\mu_B(y) min[\mu_A(x), \mu_B(y)\mu_C(z)]\}$$

$$\mu_{A\to C'}(x,z) = min[\mu_A(x), \mu_C(z)]$$

الف: B' = B

حل ج:

$$\mu_{A\to C'}(x,z)=\sup_{y\epsilon U} t[\mu_{A\to B}(x,y),\mu_{B'\to C}(y,z)]$$

ب: B' = very B

ج: B' = more or less B

$$\mu_{A\to C'}(x,z)=\sup_{y\epsilon V}\left\{min\left[\mu_A(x)\mu_B(y),\mu_B^{1/2}(y)\mu_C(z)\right]\right\}$$

د: B' = ~B

$$\mu_{A\to C'}(x,z)=\sup_{y\epsilon V}\left\{\mu_B^{1/2}(y)min\left[\mu_B^{1/2}(y)\mu_A(x),\mu_C(z)\right]\right\}$$

$$\mu_{A\to C'}(x,z)=min[\mu_A(x),\mu_C(z)]$$

الف: B' = B

ب: B' = very B

ج: B' = more or less B

حل د:

$$\mu_{A\to C'}(x,z) = \sup_{y\epsilon U} t[\mu_{A\to B}(x,y), \mu_{B'\to C}(y,z)]$$

د: **B' = ~B**

$$\mu_{A\to C'}(x,z) = \sup_{y\epsilon V}\{min[\mu_A(x)\mu_B(y), (1-\mu_B(y))\mu_C(z)]\}$$

$$\mu_A(x)\mu_B(y_0) = (1-\mu_B(y_0))\mu_C(z) \Longrightarrow \mu_B(y_0) = \frac{\mu_C(z)}{\mu_A(x)+\mu_C(z)}$$

$$\mu_{A\to C'}(x,z) = \frac{\mu_A(x)\mu_C(z)}{\mu_A(x)+\mu_C(z)}$$

مثال۵:

مجموعه‌های مرجع $U=\{x_1,x_2,x_3\}$ و $V=\{y_1,y_2\}$ را در نظر بگیرید. فرض کنید قاعده‌ی اگر-آنگاه فازی **IF x is A THEN y is B** داده شده است. برای گزاره‌ی **x is A'** ، با استفاده از قاعده‌ی استنتاج GMP و استلزام‌های فازی زیر، نتیجه‌ای به فرم **y is B'** به دست آورید.

$$A=\frac{0.5}{x_1}+\frac{1.0}{x_2}+\frac{0.6}{x_3} \qquad B=\frac{1.0}{y_1}+\frac{0.4}{y_2}$$

$$A'=\frac{0.6}{x_1}+\frac{0.9}{x_2}+\frac{0.7}{x_3}$$

الف: استلزام Dienes-Rescher

ب: استلزام Lukasiewicz

ج: استلزام Zadeh

د: استلزام ضرب Mamdani

الف: استلزام Dienes-Rescher

ب: استلزام Lukasiewicz

ج: استلزام Zadeh

د: استلزام ضرب Mamdani

$$A = \frac{0.5}{x_1} + \frac{1.0}{x_2} + \frac{0.6}{x_3} \qquad B = \frac{1.0}{y_1} + \frac{0.4}{y_2}$$

$$A' = \frac{0.6}{x_1} + \frac{0.9}{x_2} + \frac{0.7}{x_3}$$

حل الف:

بر اساس استلزام Dienes-Rescher

$$\mu_{A\to B}(x,y) = max\{(1-\mu_A(x)), \mu_B(y)\}$$

ماتریس رابطه برای:

$(A\to B)\cap A'_E$

	y_1	y_2
x_1	0.6	0.5
x_2	0.9	0.4
x_3	0.7	0.4

ماتریس رابطه برای:

A'_E

	y_1	y_2
x_1	0.6	0.6
x_2	0.9	0.9
x_3	0.7	0.7

ماتریس رابطه برای:

$(A\to B)$

	y_1	y_2
x_1	1	0.5
x_2	1	0.4
x_3	1	0.4

تصویر $(A\to B)\cap A'_E$ روی B $\qquad B' = \frac{0.9}{y_1} + \frac{0.5}{y_2}$

الف: استلزام Dienes-Rescher

ب: استلزام Lukasiewicz

ج: استلزام Zadeh

د: استلزام ضرب Mamdani

$$A = \frac{0.5}{x_1} + \frac{1.0}{x_2} + \frac{0.6}{x_3} \qquad B = \frac{1.0}{y_1} + \frac{0.4}{y_2}$$

$$A' = \frac{0.6}{x_1} + \frac{0.9}{x_2} + \frac{0.7}{x_3}$$

حل ب:

بر اساس استلزام Lukasiewicz

$$\mu_{A\to B}(x,y) = min\{1, 1 - \mu_A(x) + \mu_B(y)\}$$

ماتریس رابطه برای:

$(A\to B)\cap A'_E$

	y_1	y_2
x_1	0.6	0.6
x_2	0.9	0.4
x_3	0.7	0.7

ماتریس رابطه برای:

A'_E

	y_1	y_2
x_1	0.6	0.6
x_2	0.9	0.9
x_3	0.7	0.7

ماتریس رابطه برای:

$(A\to B)$

	y_1	y_2
x_1	1	0.9
x_2	1	0.4
x_3	1	0.8

تصویر $(A\to B)\cap A'_E$ روی B $\qquad B' = \frac{0.9}{y_1} + \frac{0.7}{y_2}$

الف: استلزام Dienes-Rescher

ب: استلزام Lukasiewicz

ج: استلزام Zadeh

د: استلزام ضرب Mamdani

$$A = \frac{0.5}{x_1} + \frac{1.0}{x_2} + \frac{0.6}{x_3} \qquad B = \frac{1.0}{y_1} + \frac{0.4}{y_2}$$

$$A' = \frac{0.6}{x_1} + \frac{0.9}{x_2} + \frac{0.7}{x_3}$$

حل ج:

بر اساس استلزام Zadeh

$$\mu_{A\to B}(x,y) = max\{min(\mu_A(x), \mu_B(y)), 1 - \mu_A(x)\}$$

ماتریس رابطه برای: $(A\to B)$

	y_1	y_2
x_1	0.5	0.5
x_2	1	0.4
x_3	0.6	0.4

ماتریس رابطه برای: A'_E

	y_1	y_2
x_1	0.6	0.6
x_2	0.9	0.9
x_3	0.7	0.7

ماتریس رابطه برای: $(A\to B)\cap A'_E$

	y_1	y_2
x_1	0.5	0.5
x_2	0.9	0.4
x_3	0.6	0.4

تصویر $(A\to B)\cap A'_E$ روی B $\qquad B' = \frac{0.9}{y_1} + \frac{0.5}{y_2}$

الف: استلزام Dienes-Rescher

ب: استلزام Lukasiewicz

ج: استلزام Zadeh

د: استلزام ضرب Mamdani

$$A = \frac{0.5}{x_1} + \frac{1.0}{x_2} + \frac{0.6}{x_3} \qquad B = \frac{1.0}{y_1} + \frac{0.4}{y_2}$$

$$A' = \frac{0.6}{x_1} + \frac{0.9}{x_2} + \frac{0.7}{x_3}$$

حل د:

بر اساس استلزام ضرب Mamdani

$$\mu_{A\to B}(x,y) = \mu_A(x)\mu_B(y)$$

ماتریس رابطه برای: $(A\to B)$

	y_1	y_2
x_1	0.5	0.2
x_2	1	0.4
x_3	0.6	0.24

ماتریس رابطه برای: A'_E

	y_1	y_2
x_1	0.6	0.6
x_2	0.9	0.9
x_3	0.7	0.7

ماتریس رابطه برای: $(A\to B)\cap A'_E$

	y_1	y_2
x_1	0.5	0.2
x_2	0.9	0.4
x_3	0.6	0.24

تصویر $(A\to B)\cap A'_E$ روی B $\qquad B' = \frac{0.9}{y_1} + \frac{0.4}{y_2}$

پیوست: معرفی سوپریمم و...

معرفی اصطلاح‌های suprimum و infimum

در نظریه‌ی مجموعه‌ها

معرفی اصطلاح‌های suprimum و infimum در نظریه‌ی مجموعه‌ها

- suprimum زیرمجموعه‌ی یک مجموعه، کوچکترین عضو مجموعه است که بزرگتر یا مساوی تمام اعضای زیرمجموعه می‌باشد. از این رو least upper band یا LUB نیز نامیده می‌شود.
  - لزومی ندارد suprimum عضو زیرمجموعه باشد.
  - suprima فرم جمع suprimum است.

- infimum زیرمجموعه‌ی یک مجموعه، بزرگترین عضو مجموعه است که کوچکتر یا مساوی تمام اعضای زیرمجموعه می‌باشد. از این رو greatest lower band یا GLB نیز نامیده می‌شود.
  - لزومی ندارد infimum عضو زیرمجموعه باشد.
  - infima فرم جمع infimum است.

مثال:

suprimum و infimum زیرمجموعه‌های داده شده را در مجموعه اعداد حقیقی تعیین نمایید.

$A = \{ 1 , 2 , 3 \}$

$B = \{ x \in R \mid 0 < x < 1 \}$

$C = \{ x \in R \mid 8 < x^3 < 27 \}$

$D = \varnothing$

$\inf (A) = 1$ $\quad\quad$ $\sup (A) = 3$

$\inf (B) = 0$ $\quad\quad$ $\sup (B) = 1$

$\inf (C) = 2$ $\quad\quad$ $\sup (C) = 3$

$\inf (D) = +\infty$ $\quad\quad$ $\sup (D) = -\infty$

QUESTIONS?

موعد تحویل سری دوم تمرین‌های درس