هرکه گوید جمله حق است احمقی است

آن که گوید جمله باطل، او شقی است

مولانا

سیستم‌های فازی

7

Presented By: A. Maleki

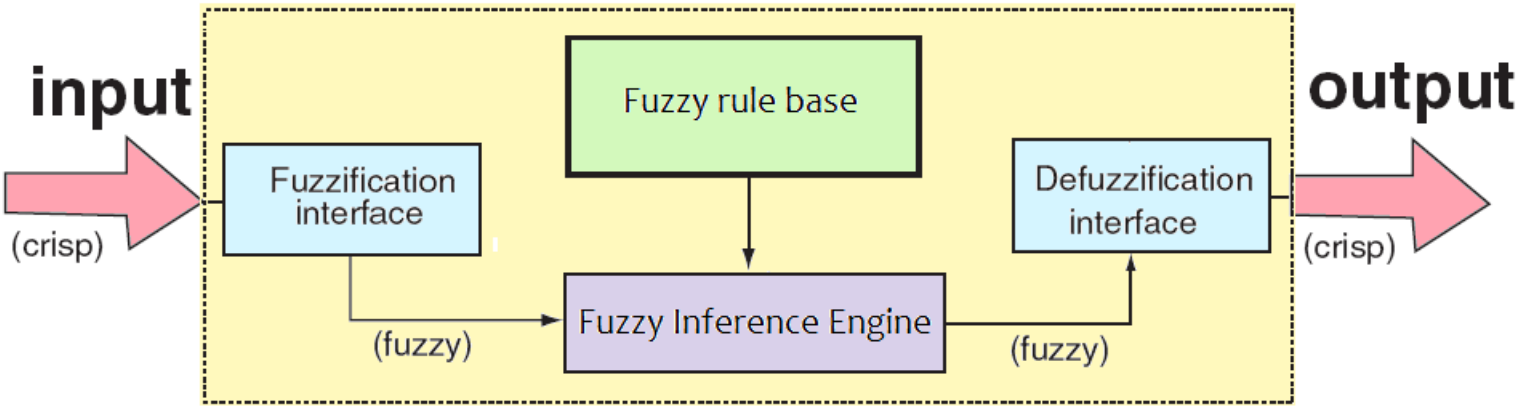
Fall 2021

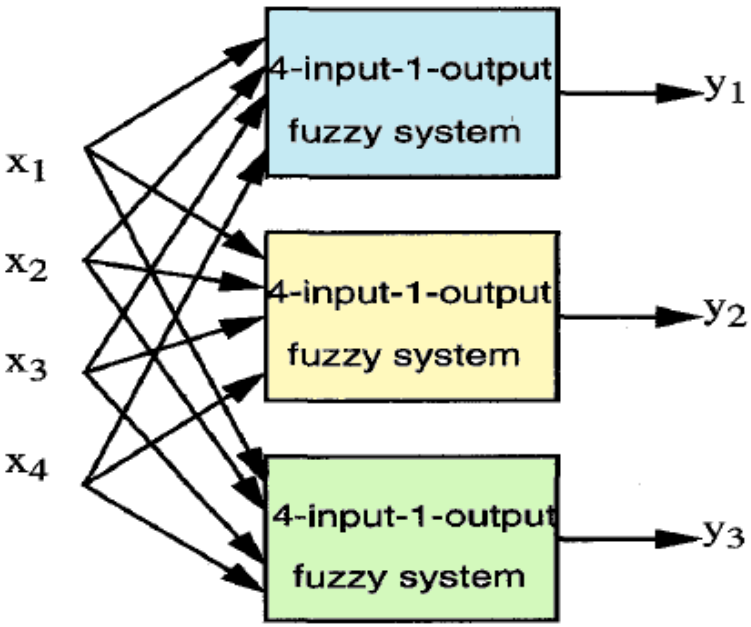
پایگاه قواعد فازی و موتور استنتاج فازی

فهرست مطالب:

- مقدمه
- ساختار پایگاه قواعد فازی
- ویژگی‌های مجموعه قواعد فازی
- موتور استنتاج فازی و استنتاج بر اساس ترکیب
- استنتاج بر اساس تک‌تک قاعده‌ها
- موتورهای استنتاج و ویژگی‌های آنها
- مثال‌ها

یادآوری اجزای سیستم‌های فازی:

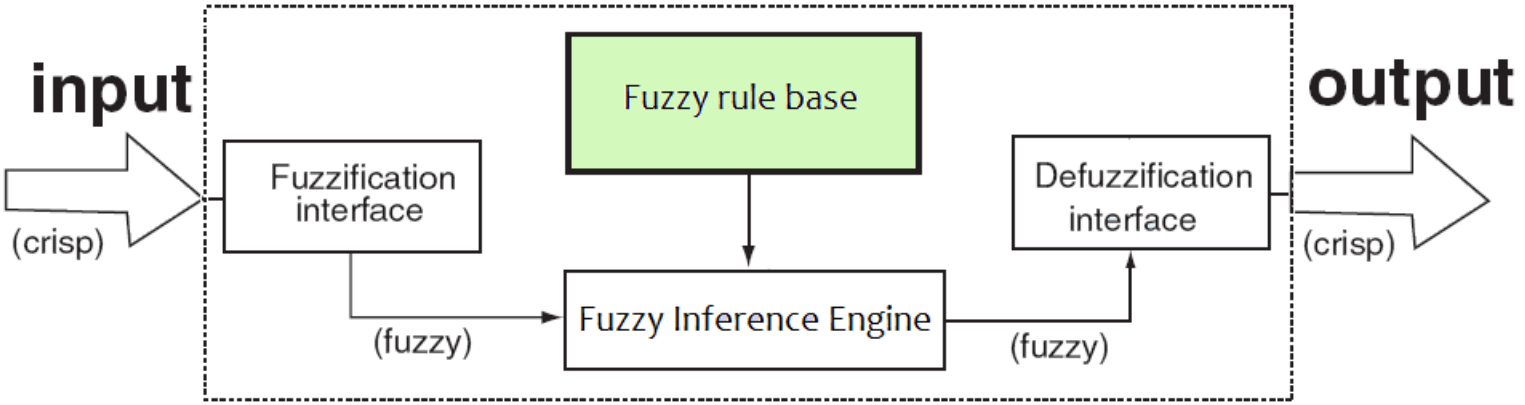




- تجزیه‌ی سیستم‌های فازی به سیستم‌های چند ورودی یک خروجی:

در حالت کلی، سیستم فازی می‌تواند n ورودی m خروجی باشد ولی می‌توان چنین سیستمی را به صورت m سیستم n ورودی یک خروجی در نظر گرفت.

پایگاه قواعد فازی:



پایگاه قواعد فازی و موتور استنتاج فازی

فهرست مطالب:

- ☑ مقدمه
- ☐ ساختار پایگاه قواعد فازی
- ☐ ویژگی‌های مجموعه قواعد فازی
- ☐ موتور استنتاج فازی و استنتاج بر اساس ترکیب
- ☐ استنتاج بر اساس تک‌تک قاعده‌ها
- ☐ موتورهای استنتاج و ویژگی‌های آنها
- ☐ مثال‌ها

فُرم متعارف قاعده‌ی اگر–آنگاه فازی:

$$Ru^{(l)}: IF\ x_1 is\ A_1^l\ and \dots and\ x_n is\ A_n^l, THEN\ y\ is\ B^l$$

A_i^l : $fuzzy\ set\ in\ U_i\ , i = 1, \dots, n$

B^l : $fuzzy\ set\ in\ V$

$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \epsilon U$: $input\ linguistic\ variables$

$y \epsilon V$: $output\ linguistic\ variable$

l : $index\ of\ Rule\ (l = 1, 2, \dots, M)$

واژه‌نامه

canonical form	فرم متعارف

فُرم متعارف قاعده‌ی اگر–آنگاه فازی:

$$Ru^{(l)}: IF\ x_1 is\ A_1^l\ and \dots and\ x_n is\ A_n^l, THEN\ y\ is\ B^l$$

فرم متعارف قاعده‌ی اگر–آنگاه فازی، حالت‌های خاص زیر را شامل می‌گردد:

الف: قواعد جزئی (partial rules)

$$IF\ x_1 is\ A_1^l\ and \dots and\ x_m is\ A_m^l, THEN\ y\ is\ B^l$$

ب: قواعد یا (OR rules)

$$IF\ x_1 is\ A_1^l\ and \dots and\ x_m is\ A_m^l OR\ x_{m+1} is\ A_{m+1}^l\ and \dots and\ x_n is\ A_n^l,$$
$$THEN\ y\ is\ B^l$$

ج: عبارت فازی تنها (single fuzzy statement)

$$y\ is\ B^l$$

د: قواعد تدریجی (gradual rules)

$$the\ smaller\ the\ x, the\ bigger\ the\ y$$

ه: قواعد غیرفازی (non-fuzzy rules)

پایگاه قواعد فازی و موتور استنتاج فازی

فهرست مطالب:

- ☑ مقدمه
- ☑ ساختار پایگاه قواعد فازی
- ☐ ویژگی‌های مجموعه قواعد فازی
- ☐ موتور استنتاج فازی و استنتاج بر اساس ترکیب
- ☐ استنتاج بر اساس تک‌تک قاعده‌ها
- ☐ موتورهای استنتاج و ویژگی‌های آنها
- ☐ مثال‌ها

ویژگی‌های مجموعه قواعد فازی:

- کامل بودن
- سازگار بودن
- پیوسته بودن

واژه‌نامه

کامل بودن	completeness
سازگار بودن	consistency
پیوسته بودن	continuity

کامل بودن مجموعه قواعد:

مجموعه قواعد اگر- آنگاه فازی را کامل گوییم اگر برای هر $x \in U$ ،حداقل یک قاعده ی $Ru^{(l)}$ وجود داشته باشد که :

$$\mu_{A_i^l}(x_i) \neq 0 \qquad for\ i = 1, 2, \dots, n$$

به طور شهودی، کامل بودن مجموعه قواعد بدان مفهوم است که برای هر نقطه در فضای ورودی، حداقل یک قاعده آتش کند (میزان تعلق بخش مقدم قاعده غیرصفر باشد).

مثال۱:

سیستم فازی ۲-ورودی ۱-خروجی با $U=U_1\times U_2=[0,1]\times[0,1]$ و $V=[0,1]$ را در نظر بگیرید. سه مجموعه‌ی فازی S_1 ، M_1 و L_1 در U_1 و دو مجموعه‌ی فازی S_2 و L_2 در U_2 مطابق شکل زیر تعریف شده‌اند. مجموعه فازی شامل ۵ قاعده‌ی زیر است که در آن $B^l(l=1,2,...,5)$ ، مجموعه‌های فازی در V می‌باشند. کامل بودن مجموعه قواعد را بررسی کنید.

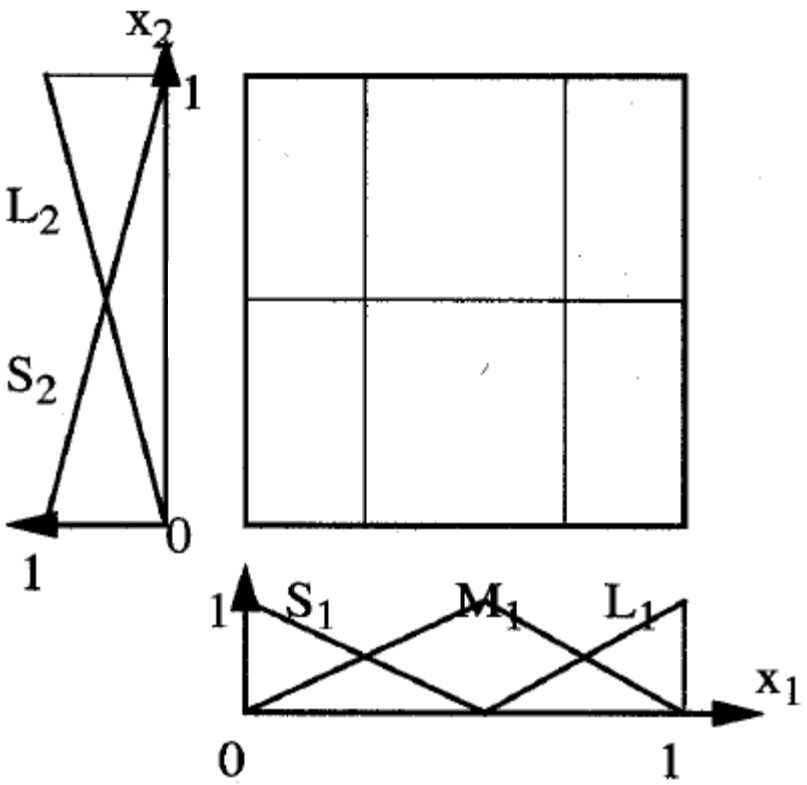
$IF\ x_1 is\ S_1\ and\ x_2 is\ S_2, THEN\ y\ is\ B^1$

$IF\ x_1 is\ S_1\ and\ x_2 is\ L_2, THEN\ y\ is\ B^2$

$IF\ x_1 is\ M_1\ and\ x_2 is\ S_2, THEN\ y\ is\ B^3$

$IF\ x_1 is\ M_1\ and\ x_2 is\ L_2, THEN\ y\ is\ B^4$

$IF\ x_1 is\ L_1\ and\ x_2 is\ S_2, THEN\ y\ is\ B^5$



$x^*=(1,1)$

مثال ۲:

سیستم فازی ۲-ورودی ۱-خروجی با $U=U_1\times U_2=[0,1]\times[0,1]$ و $V=[0,1]$ را در نظر بگیرید. سه مجموعه‌ی فازی S_1 ، M_1 و L_1 در U_1 و دو مجموعه‌ی فازی S_2 و L_2 در U_2 مطابق شکل زیر تعریف شده‌اند. مجموعه فازی شامل ۶ قاعده‌ی زیر است که در آن $B^l(l=1,2,\ldots,6)$ ، مجموعه‌های فازی در V می‌باشند. کامل بودن مجموعه قواعد را بررسی کنید.

$IF\ x_1 is\ S_1\ and\ x_2 is\ S_2, THEN\ y\ is\ B^1$

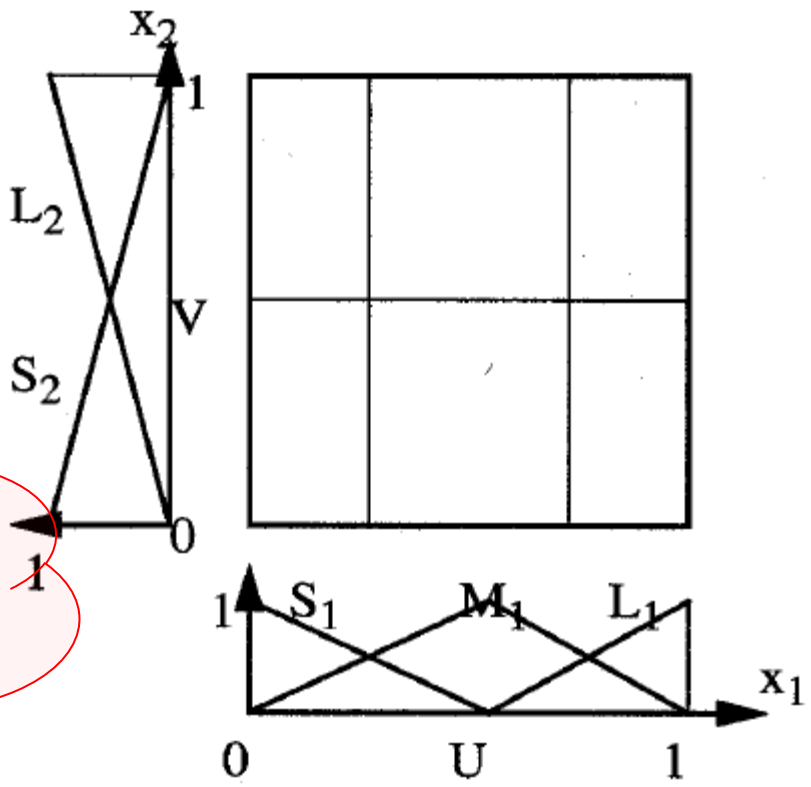
$IF\ x_1 is\ S_1\ and\ x_2 is\ L_2, THEN\ y\ is\ B^2$

$IF\ x_1 is\ M_1\ and\ x_2 is\ S_2, THEN\ y\ is\ B^3$

$IF\ x_1 is\ M_1\ and\ x_2 is\ L_2, THEN\ y\ is\ B^4$

$IF\ x_1 is\ L_1\ and\ x_2 is\ S_2, THEN\ y\ is\ B^5$

$IF\ x_1 is\ L_1\ and\ x_2 is\ L_2, THEN\ y\ is\ B^6$



بخش مقدم این قواعد، تمام ترکیب‌های ممکن S_1 ، M_1 و L_1 با S_2 و L_2 را پوشش می‌دهد.

سازگار بودن مجموعه قواعد:

مجموعه قواعد اگر- آنگاه فازی را سازگار گوییم اگر فاقد قاعده‌هایی با مقدم یکسان و تالی متفاوت باشد.

به طور شهودی، سازگار بودن مجموعه قواعد به مفهوم عدم تضاد قواعد می‌باشد.

اگرچه سازگار بودن برای مجموعه قواعد غیرفازی ضروری است ولی برای مجموعه قواعد فازی چنین ضرورتی وجود ندارد.

پیوسته بودن مجموعه قواعد:

مجموعه قواعد اگر- آنگاه فازی را پیوسته گوییم اگر قواعد فازی مجاور دارای اشتراک در بخش مقدم خود باشند.

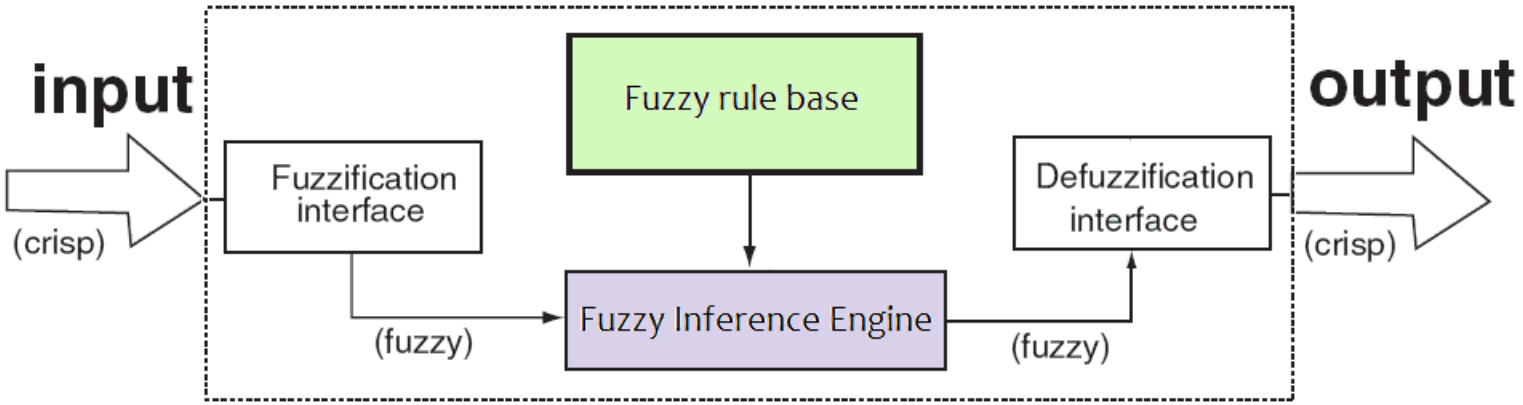
به طور شهودی، پیوسته بودن مجموعه قواعد به مفهوم هموار بودن رفتار سیستم فازی است.

پایگاه قواعد فازی و موتور استنتاج فازی

فهرست مطالب:

- ☑ مقدمه
- ☑ ساختار پایگاه قواعد فازی
- ☑ ویژگی‌های مجموعه قواعد فازی
- ☐ موتور استنتاج فازی و استنتاج بر اساس ترکیب
- ☐ استنتاج بر اساس تک‌تک قاعده‌ها
- ☐ موتورهای استنتاج و ویژگی‌های آنها
- ☐ مثال‌ها

موتور استنتاج فازی:



- موتور استنتاج فازی، بخشی از سیستم فازی است که مجموعه قواعد فازی موجود در پایگاه قواعد را بر اساس اصول منطق فازی ترکیب می‌کند تا نگاشتی از مجموعه‌ی فازی A' در U به مجموعه فازی B' در V فراهم نماید.

موتور استنتاج فازی:

- اگر پایگاه قواعد شامل تنها یک قاعده باشد :

  می‌توان از استنتاج GMP برای این منظور بهره گرفت.

- اگر پایگاه قواعد شامل بیش از یک قاعده باشد:

  استنتاج مبتنی بر ترکیب

  استنتاج مبتنی بر تک‌تک قواعد

واژه‌نامه

استنتاج مبتنی بر ترکیب	composition based inference
استنتاج مبتنی بر تک‌تک قواعد	individual-rule based inference

استنتاج مبتنی بر ترکیب:

در این روش، ابتدا تمام قواعد موجود در پایگاه قواعد فازی به فرم یک رابطه‌ی فازی در $U \times V$ ترکیب می‌شوند.

شیوه‌های ترکیب قواعد:

- ترکیب با استفاده از اجتماع (اگر قواعد بیانگر شرایط مستقل باشند.)
- ترکیب با استفاده از اشتراک (اگر قواعد بیانگر شرایط وابسته به هم باشند.)

استنتاج مبتنی بر ترکیب:

$Ru^{(l)}: IF\ x_1 is\ A_1^l\ and \dots and\ x_n is\ A_n^l, THEN\ y\ is\ B^l$

۱ ○ تعیین تابع عضویت برای رابطه فازی $A_1^l \times \cdots \times A_n^l$ در $U=U_1 \times \dots \times U_n$:

$$\mu_{A_1^l \times \cdots \times A_n^l}(x_1, \cdots, x_n) = \mu_{A_1^l}(x_1) \star \cdots \star \mu_{A_n^l}(x_n)$$

۲ ○ تعیین تابع عضویت قاعده بر اساس یکی از استلزام ها:

۳ ○ تعیین تابع عضویت رابطه ی فازی مربوط به ترکیب M قاعده:

ترکیب به شیوه ی اجتماع (ترکیب Mamdani):

$$Q_M = \bigcup_{l=1}^{M} Ru^{(l)}$$

$$\mu_{Q_M}(x,y) = \mu_{Ru^{(1)}}(x,y) \dot{+} \cdots \dot{+} \mu_{Ru^{(M)}}(x,y)$$

ترکیب به شیوه ی اشتراک (ترکیب Godel):

$$Q_G = \bigcap_{l=1}^{M} Ru^{(l)}$$

$$\mu_{Q_G}(x,y) = \mu_{Ru^{(1)}}(x,y) \star \cdots \star \mu_{Ru^{(M)}}(x,y)$$

۴ ○ استنتاج با استفاده از GMP و مجموعه ی فازی دلخواه A' در U :

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \epsilon U} t\left[\mu_{A'}(x), \mu_{Q_M}(x,y)\right]$$ (ترکیب Mamdani)

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \epsilon U} t\left[\mu_{A'}(x), \mu_{Q_G}(x,y)\right]$$ (ترکیب Godel)

پایگاه قواعد فازی و موتور استنتاج فازی

فهرست مطالب:

- ☑ مقدمه
- ☑ ساختار پایگاه قواعد فازی
- ☑ ویژگی‌های مجموعه قواعد فازی
- ☑ موتور استنتاج فازی و استنتاج بر اساس ترکیب
- ☐ استنتاج بر اساس تک‌تک قاعده‌ها
- ☐ موتورهای استنتاج و ویژگی‌های آنها
- ☐ مثال‌ها

استنتاج مبتنی بر تک‌تک قواعد:

$$Ru^{(l)}: IF\ x_1 is\ A_1^l\ and \dots and\ x_n is\ A_n^l, THEN\ y\ is\ B^l$$

۱ ○ تعیین تابع عضویت برای رابطه فازی $A_1^l \times \cdots \times A_n^l$ در $U=U_1 \times \dots \times U_n$:

$$\mu_{A_1^l \times \cdots \times A_n^l}(x_1, \cdots, x_2) = \mu_{A_1^l}(x_1) \star \cdots \star \mu_{A_1^l}(x_1)$$

۲ ○ تعیین تابع عضویت قاعده بر اساس یکی از استلزام ها:

۳ ○ استنتاج با استفاده از GMP و مجموعه‌ی فازی 'A در U برای هر قاعده و تعیین مجموعه ی فازی 'B در V:

$$\mu_{B_l'}(y) = \sup_{x \epsilon U} t\left[\mu_{A'}(x), \mu_{Ru^{(l)}}(x, y)\right] \quad for\ l = 1, 2, \cdots, M$$

۴ ○ تعیین خروجی موتور استنتاج فازی با ترکیب M مجموعه فازی $\{B_1', \cdots, B_M'\}$:

ترکیب به شیوه ی اجتماع: $\mu_{B'}(y) = \mu_{B_1'}(y) \dot{+} \cdots \dot{+} \mu_{B_M'}(y)$

ترکیب به شیوه ی اشتراک: $\mu_{B'}(y) = \mu_{B_1'}(y) \star \cdots \star \mu_{B_M'}(y)$

پایگاه قواعد فازی و موتور استنتاج فازی

فهرست مطالب:

- ☑ مقدمه
- ☑ ساختار پایگاه قواعد فازی
- ☑ ویژگی‌های مجموعه قواعد فازی
- ☑ موتور استنتاج فازی و استنتاج بر اساس ترکیب
- ☑ استنتاج بر اساس تک‌تک قاعده‌ها
- ☐ موتورهای استنتاج و ویژگی‌های آنها
- ☐ مثال‌ها

تنوع موتورهای استنتاج:

- استنتاج‌ها:
  - استنتاج مبتنی بر ترکیب
  - استنتاج مبتنی بر تک‌تک قواعد
- استلزام‌ها:
  - استلزام Dienes Rescher
  - استلزام Lukasiewicz
  - استلزام Zadeh
  - استلزام Godel
  - استلزام Mamdani (مینیمم و ضرب)
- t-normها و s-normها:
- شیوه‌های ترکیب:
  - ترکیب Mamdani
  - ترکیب Godel

معیارهای انتخاب از میان تنوع موتورهای استنتاج:

- خواسته‌های شهودی
- کارآیی محاسباتی
- ویژگی‌های خاص

مطالعه‌ی برخی موتورهای استنتاج فازی:

- موتور استنتاج ضرب
- موتور استنتاج مینیمم
- موتور استنتاج Lukasiewicz
- موتور استنتاج Zadeh
- موتور استنتاج Dienes-Rescher

موتورهای استنتاج ضرب و مینیمم، به واسطه‌ی سادگی محاسباتی، پرکاربردترین موتورهای استنتاج در سیستم‌های فازی و کنترل فازی هستند.

موتور استنتاج ضرب (Product Inference Engine):

- استنتاج مبتنی بر تک تک قواعد با ترکیب اجتماع
- استلزام ضرب Mamdani
- ضرب جبری برای تمام t-normها و ماکزیمم برای تمام s-normها

$$\mu_{B'}(y) = \max_{l=1:M}\left[\sup_{x\epsilon U}\left(\mu_{A'}(x)\prod_{i=1}^{n}\mu_{A_i^l}(x_i)\,\mu_{B^l}(y)\right)\right]$$

موتور استنتاج مینیمم (Minimum Inference Engine):

- استنتاج مبتنی بر تک‌تک قواعد با ترکیب اجتماع
- استلزام مینیمم Mamdani
- مینیمم برای تمام t-normها و ماکزیمم برای تمام s-normها

$$\mu_{B'}(y) = \max_{l=1:M} \left[\sup_{x \epsilon U} min \left(\mu_{A'}(x), \mu_{A_1^l}(x_1), \cdots, \mu_{A_n^l}(x_n), \mu_{B^l}(y) \right) \right]$$

موتور استنتاج Lukasiewicz:

- استنتاج مبتنی بر تک تک قواعد با ترکیب اشتراک
- استلزام Lukasiewicz
- مینیمم برای تمام t-norm‌ها

$$\mu_{B'}(y) = \min_{l=1:M}\left[\sup_{x\epsilon U} min\left(\mu_{A'}(x), \mu_{Ru^{(l)}}(x,y)\right)\right]$$

$$= \min_{l=1:M}\left[\sup_{x\epsilon U} min\left(\mu_{A'}(x), min\left(1, 1-\min_{i=1:n}\left(\mu_{A_i^l}(x_i)\right)+\mu_{B^l}(y)\right)\right)\right]$$

$$= \min_{l=1:M}\left[\sup_{x\epsilon U} min\left(\mu_{A'}(x), 1-\min_{i=1:n}\left(\mu_{A_i^l}(x_i)\right)+\mu_{B^l}(y)\right)\right]$$

موتور استنتاج Zadeh:

- استنتاج مبتنی بر تک تک قواعد با ترکیب اشتراک
- استلزام Zadeh
- مینیمم برای تمام t-normها

$$\mu_{B'}(y) = \min_{l=1:M} \left[\sup_{x \epsilon U} min \left(\mu_{A'}(x), max \left(min \left(\mu_{A_1^l}(x_1), \cdots, \mu_{A_n^l}(x_n), \mu_{B^l}(y) \right), 1 - \min_{i=1:n} \left(\mu_{A_i^l}(x_i) \right) \right) \right) \right]$$

موتور استنتاج Dienes-Rescher:

- استنتاج مبتنی بر تک تک قواعد با ترکیب اشتراک
- استلزام Dienes-Rescher
- مینیمم برای تمام t-normها

$$\mu_{B'}(y) = \min_{l=1:M} \left[\sup_{x \epsilon U} min \left(\mu_{A'}(x), max \left(1 - \min_{i=1:n} \left(\mu_{A_i^l}(x_i) \right), \mu_{B^l}(y) \right) \right) \right]$$

ویژگی‌های موتورهای استنتاج:

۱. در موتور استنتاج ضرب، اگر «استنتاج مبتنی بر تک‌تک قواعد با ترکیب اجتماع» با «استنتاج مبتنی بر ترکیب با ترکیب Mamdani» جایگزین گردد موتور استنتاج تغییری نخواهد کرد.

یادآوری موتور استنتاج ضرب:

- استنتاج مبتنی بر تک تک قواعد با ترکیب اجتماع
- استلزام ضرب Mamani
- ضرب جبری برای تمام t-normها و ماکزیمم برای تمام s-normها

$$\mu_{B'}(y) = \max_{l=1:M}\left[\sup_{x\epsilon U}\left(\mu_{A'}(x)\prod_{i=1}^{n}\mu_{A_i^l}(x_i)\,\mu_{B^l}(y)\right)\right]$$

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x\epsilon U}\left(\mu_{A'}(x)\max_{l=1:M}\left[\mu_{Ru^l}(x,y)\right]\right)$$

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x\epsilon U}\left(\mu_{A'}(x)\max_{l=1:M}\left[\prod_{i=1}^{n}\mu_{A_i^l}(x_i)\,\mu_{B^l}(y)\right]\right)$$

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x\epsilon U}\left(\max_{l=1:M}\left[\mu_{A'}(x)\prod_{i=1}^{n}\mu_{A_i^l}(x_i)\,\mu_{B^l}(y)\right]\right)$$

ویژگی‌های موتورهای استنتاج:

۲. اگر مجموعه‌ی فازی 'A یک singleton فازی باشد موتور استنتاج ضرب به صورت زیر قابل ساده‌سازی است:

$$\mu_{A'}(x) = \begin{cases} 1 & if\ x = x^* \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad , \quad x^* \epsilon U$$

یادآوری موتور استنتاج ضرب:

$$\mu_{B'}(y) = \max_{l=1:M} \left[\sup_{x \epsilon U} \left(\mu_{A'}(x) \prod_{i=1}^{n} \mu_{A_i^l}(x_i)\, \mu_{B^l}(y) \right) \right]$$

$$\xrightarrow{yields} \mu_{B'}(y) = \max_{l=1:M} \left[\prod_{i=1}^{n} \mu_{A_i^l}(x_i^*)\, \mu_{B^l}(y) \right]$$

ویژگی های موتورهای استنتاج:

۳ اگر مجموعه‌ی فازی 'A یک singleton فازی باشد موتور استنتاج مینیمم به صورت زیر قابل ساده‌سازی است:

$$\mu_{A'}(x) = \begin{cases} 1 & if\ x = x^* \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad , \quad x^* \epsilon U$$

یادآوری موتور استنتاج مینیمم:

$$\mu_{B'}(y) = \max_{l=1:M} \left[\sup_{x \epsilon U} min \left(\mu_{A'}(x), \mu_{A_1^l}(x_1), \cdots, \mu_{A_n^l}(x_n), \mu_{B^l}(y) \right) \right]$$

$$\xrightarrow{yields} \mu_{B'}(y) = \max_{l=1:M} \left[min \left(\mu_{A_1^l}(x_1^*), \cdots, \mu_{A_n^l}(x_n^*), \mu_{B^l}(y) \right) \right]$$

ویژگی های موتورهای استنتاج:

۴ ○ اگر مجموعه‌ی فازی A' یک singleton فازی باشد موتور استنتاج Lukasiewicz به صورت زیر قابل ساده‌سازی است:

$$\mu_{A'}(x) = \begin{cases} 1 & if\ x = x^* \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad , \quad x^* \epsilon U$$

یادآوری:

$$\mu_{B'}(y) = \min_{l=1:M} \left[\sup_{x \epsilon U} min \left(\mu_{A'}(x), 1 - \min_{i=1:n} \left(\mu_{A_i^l}(x_i) \right) + \mu_{B^l}(y) \right) \right]$$

$$\xrightarrow{yields} \mu_{B'}(y) = \min_{l=1:M} \left[1, 1 - \min_{i=1:n} \left(\mu_{A_i^l}(x_i^*) \right) + \mu_{B^l}(y) \right]$$

ویژگی های موتورهای استنتاج:

- ۵ اگر مجموعه‌ی فازی 'A یک singleton فازی باشد موتور استنتاج Zadeh به صورت زیر قابل ساده‌سازی است:

$$\mu_{A'}(x) = \begin{cases} 1 & if\ x = x^* \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad , \quad x^* \epsilon U$$

یادآوری:

$$\mu_{B'}(y) = \min_{l=1:M} \left[\sup_{x \epsilon U} min \left(\mu_{A'}(x) , max \left(min \left(\mu_{A_1^l}(x_1) , \cdots , \mu_{A_n^l}(x_n) , \mu_{B^l}(y) \right) , 1 - \min_{i=1:n} \left(\mu_{A_i^l}(x_i) \right) \right) \right) \right]$$

$$\mu_{B'}(y) = \min_{l=1:M} \left[max \left(min \left(\mu_{A_1^l}(x_1^*) , \cdots , \mu_{A_n^l}(x_n^*) , \mu_{B^l}(y) \right) , 1 - \min_{i=1:n} \left(\mu_{A_i^l}(x_i^*) \right) \right) \right]$$

ویژگی های موتورهای استنتاج:

- اگر مجموعه‌ی فازی 'A یک singleton فازی باشد موتور استنتاج Dienes- Rescher به صورت زیر قابل ساده‌سازی است:

$$\mu_{A'}(x) = \begin{cases} 1 & if\ x = x^* \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad , \quad x^* \epsilon U$$

یادآوری:

$$\mu_{B'}(y) = \min_{l=1:M} \left[\sup_{x \epsilon U} min \left(\mu_{A'}(x) , max \left(1 - \min_{i=1:n} \left(\mu_{A_i^l}(x_i) \right) , \mu_{B^l}(y) \right) \right) \right]$$

$$\xrightarrow{yields} \mu_{B'}(y) = \min_{l=1:M} \left[max \left(1 - \min_{i=1:n} \left(\mu_{A_i^l}(x_i^*) \right) , \mu_{B^l}(y) \right) \right]$$

ویژگی های موتورهای استنتاج:

- اگر به ازای یک مقدار $x \in U$ ، $\mu_{A_i^l}(x)$ خیلی کوچک شود، $\mu_{B'}(y)$ حاصل از موتور استنتاج ضرب و موتور استنتاج مینیمم بسیار کوچک خواهد بود که این موضوع مشکلاتی را در پیاده سازی در پی خواهد داشت. این مشکل در سه موتور استنتاج دیگر وجود ندارد.

پایگاه قواعد فازی و موتور استنتاج فازی

فهرست مطالب:

- ☑ مقدمه
- ☑ ساختار پایگاه قواعد فازی
- ☑ ویژگی‌های مجموعه قواعد فازی
- ☑ موتور استنتاج فازی و استنتاج بر اساس ترکیب
- ☑ استنتاج بر اساس تک‌تک قاعده‌ها
- ☑ موتورهای استنتاج و ویژگی‌های آنها
- ☐ مثال‌ها

مثال:

فرض کنید پایگاه قواعد فازی در یک سیستم فازی تنها شامل یک قاعده‌ی زیر باشد:

$$\boldsymbol{Ru: IF\ x_1 is\ A_1\ and \ldots and\ x_n is\ A_n, THEN\ y\ is\ B}$$

که در آن،

$$\mu_B(y) = \begin{cases} 1 - |y| & if\ -1 \le y \le 1 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

اگر مجموعه‌ی فازی A' یک singleton فازی باشد $\mu_{B'}(y)$ را با استفاده از هر یک از موتورهای استنتاج زیر تعیین نمایید. فرض کنید:

$$min\left[\mu_{A_1}(x_1^*), \cdots, \mu_{A_n}(x_n^*)\right] = \mu_{A_p}(x_p^*)$$

الف: موتور استنتاج ضرب

$$\prod_{i=1}^{n} \mu_{A_i}(x_i^*) = \mu_A(x^*)$$

ب: موتور استنتاج مینیمم

ج: موتور استنتاج Lukasiewicz

د: موتور استنتاج Zadeh

ج: موتور استنتاج Dienes-Rescher

$$Ru: IF\ x_1 is\ A_1\ and \dots and\ x_n is\ A_n, THEN\ y\ is\ B$$

$$\mu_B(y) = \begin{cases} 1-|y| & if\ -1 \le y \le 1 \\ 0 & therwise \end{cases}$$

$$min\left[\mu_{A_1}(x_1^*), \cdots, \mu_{A_n}(x_n^*)\right] = \mu_{A_p}(x_p^*)$$

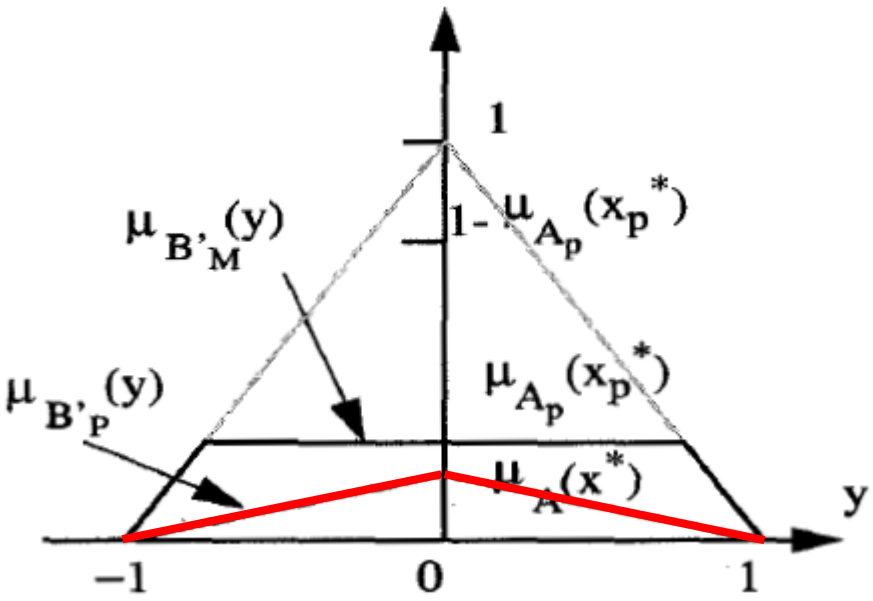
$$\prod_{i=1}^{n} \mu_{A_i}(x_i^*) = \mu_A(x^*)$$

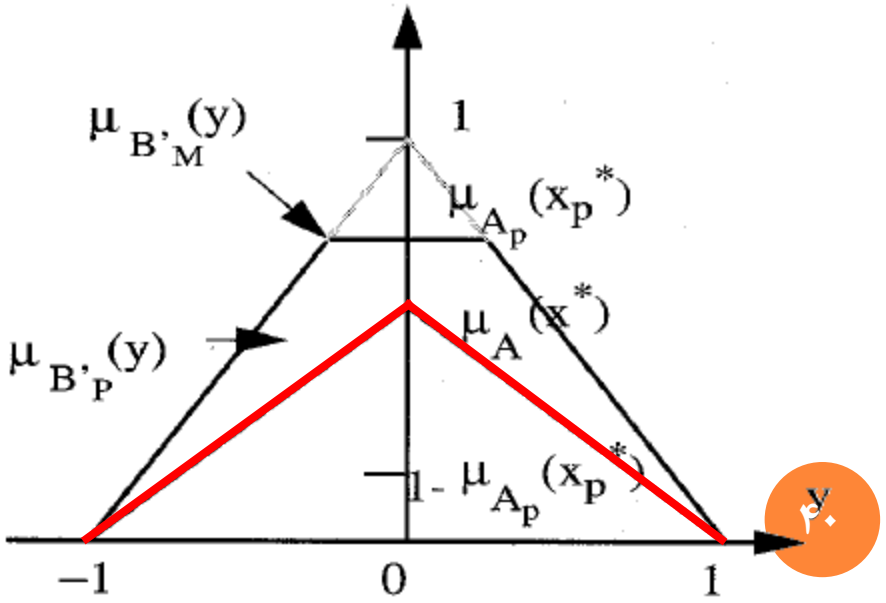
حل الف:

الف: موتور استنتاج ضرب

$$\mu_{B'}(y) = \max_{l=1:M}\left[\prod_{i=1}^{n} \mu_{A_i^l}(x_i^*)\,\mu_{B^l}(y)\right]$$

$$\xrightarrow{yields} \mu_{B'}(y) = \mu_A(x^*)\mu_B(y)$$





$$Ru: IF\ x_1 is\ A_1\ and \dots and\ x_n is\ A_n, THEN\ y\ is\ B$$

$$\mu_B(y) = \begin{cases} 1-|y| & if\ -1 \le y \le 1 \\ 0 & therwise \end{cases}$$

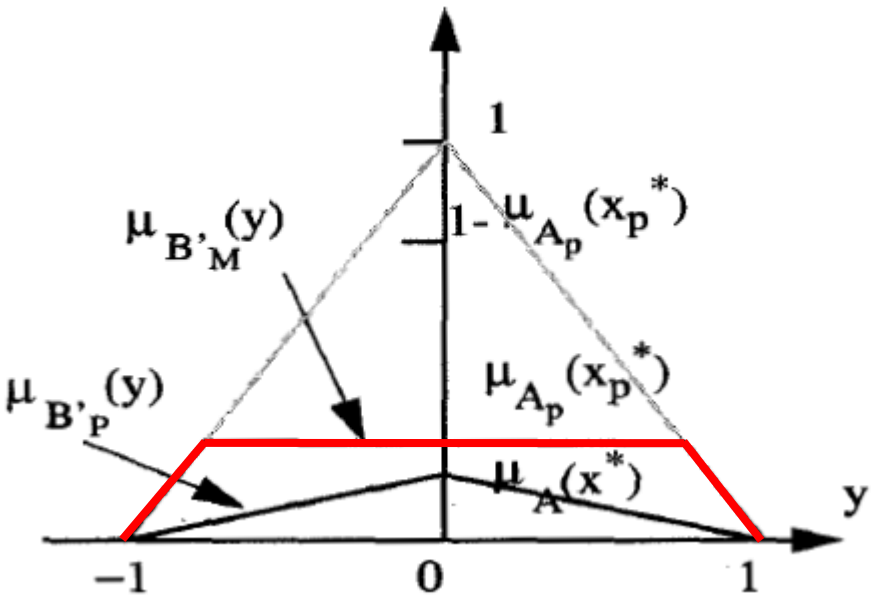
$$min\left[\mu_{A_1}(x_1^*), \cdots, \mu_{A_n}(x_n^*)\right] = \mu_{A_p}(x_p^*)$$

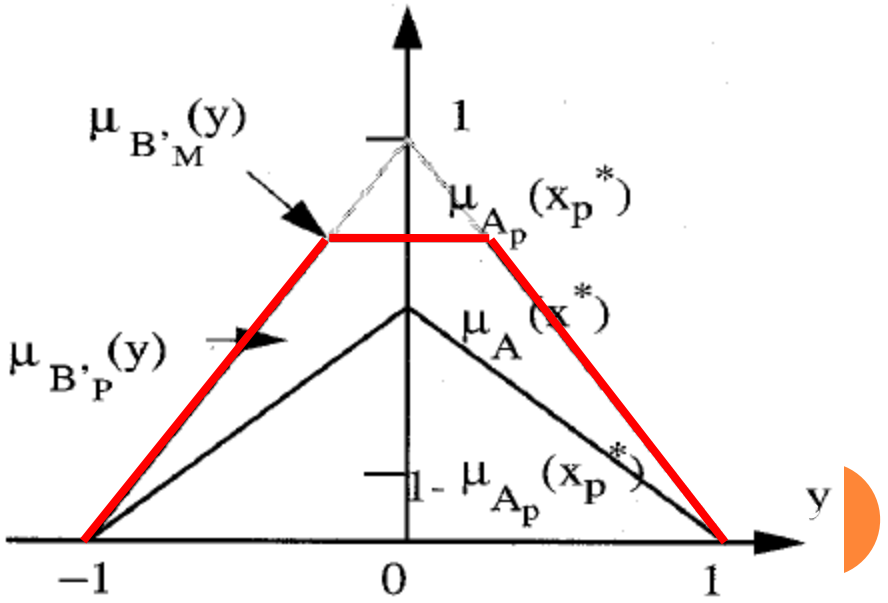
$$\prod_{i=1}^{n} \mu_{A_i}(x_i^*) = \mu_A(x^*)$$

حل ب:

ب: موتور استنتاج مینیمم

$$\mu_{B'}(y) = \max_{l=1:M}\left[min\left(\mu_{A_1^l}(x_1^*), \cdots, \mu_{A_n^l}(x_n^*), \mu_{B^l}(y) \right)\right]$$





Ru: $IF\ x_1 is\ A_1\ and \dots and\ x_n is\ A_n, THEN\ y\ is\ B$

$$\mu_B(y) = \begin{cases} 1-|y| & if\ -1 \le y \le 1 \\ 0 & therwise \end{cases}$$

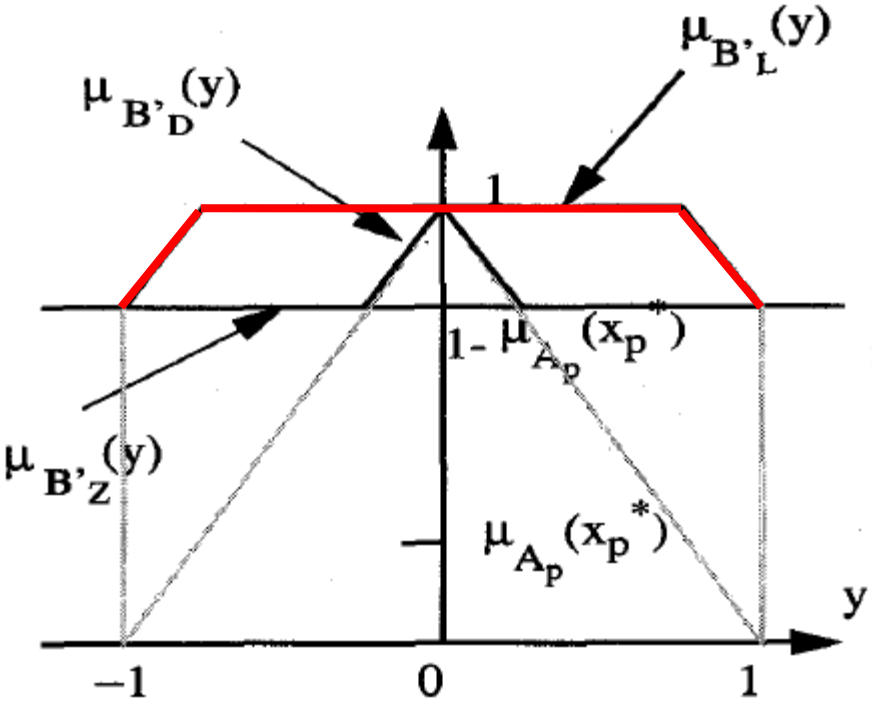
$$min\left[\mu_{A_1}(x_1^*), \cdots, \mu_{A_n}(x_n^*)\right] = \mu_{A_p}(x_p^*)$$

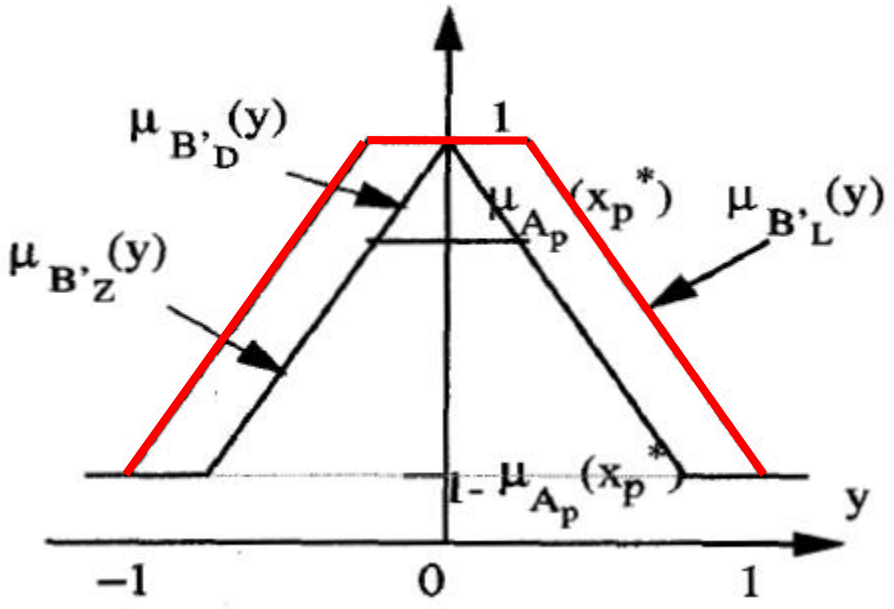
$$\prod_{i=1}^{n} \mu_{A_i}(x_i^*) = \mu_A(x^*)$$

حل ج:

ج: موتور استنتاج Lukasiewicz

$$\mu_{B'}(y) = \min_{l=1:M}\left[1, 1 - \min_{i=1:n}\left(\mu_{A_i^l}(x_i^*)\right) + \mu_{B^l}(y)\right]$$





$$Ru: IF\ x_1 is\ A_1\ and \dots and\ x_n is\ A_n, THEN\ y\ is\ B$$

$$\mu_B(y) = \begin{cases} 1-|y| & if\ -1 \le y \le 1 \\ 0 & therwise \end{cases}$$

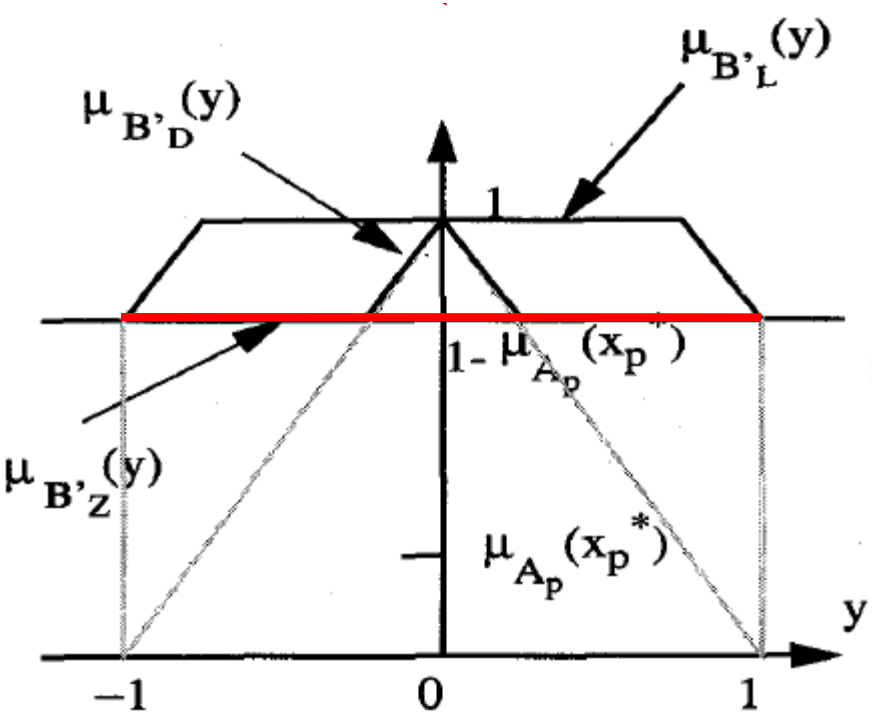
$$min\left[\mu_{A_1}(x_1^*), \cdots, \mu_{A_n}(x_n^*)\right] = \mu_{A_p}(x_p^*)$$

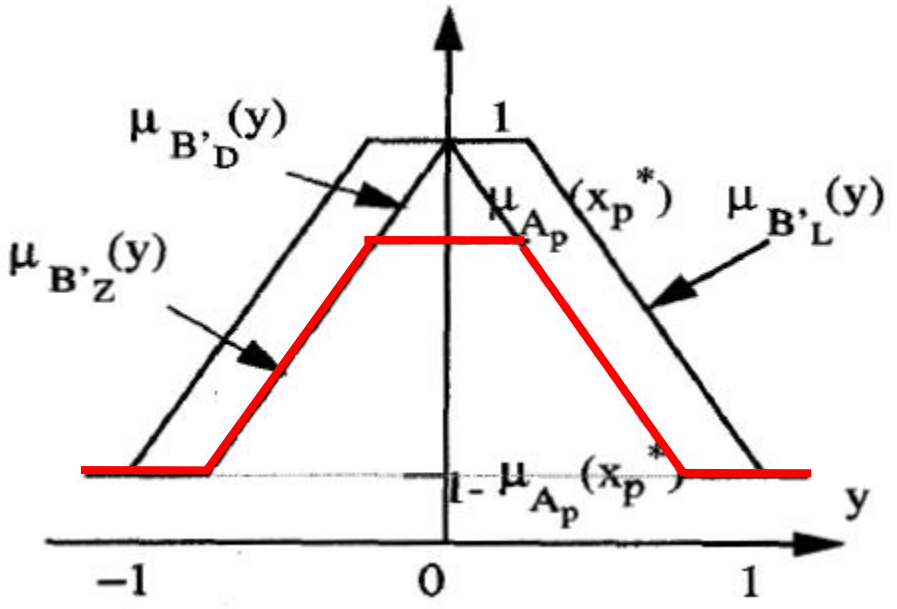
$$\prod_{i=1}^{n} \mu_{A_i}(x_i^*) = \mu_A(x^*)$$

حل د:

د: موتور استنتاج Zadeh

$$\mu_{B'}(y) = \min_{l=1:M}\left[max\left(min\left(\mu_{A_1^l}(x_1^*), \cdots, \mu_{A_n^l}(x_n^*), \mu_{B^l}(y)\right), 1 - \min_{i=1:n}\left(\mu_{A_i^l}(x_i^*)\right)\right)\right]$$





$$\textbf{Ru: } IF\ x_1 is\ A_1\ and \dots and\ x_n is\ A_n, THEN\ y\ is\ B$$

$$\mu_B(y) = \begin{cases} 1-|y| & if\ -1 \le y \le 1 \\ 0 & therwise \end{cases}$$

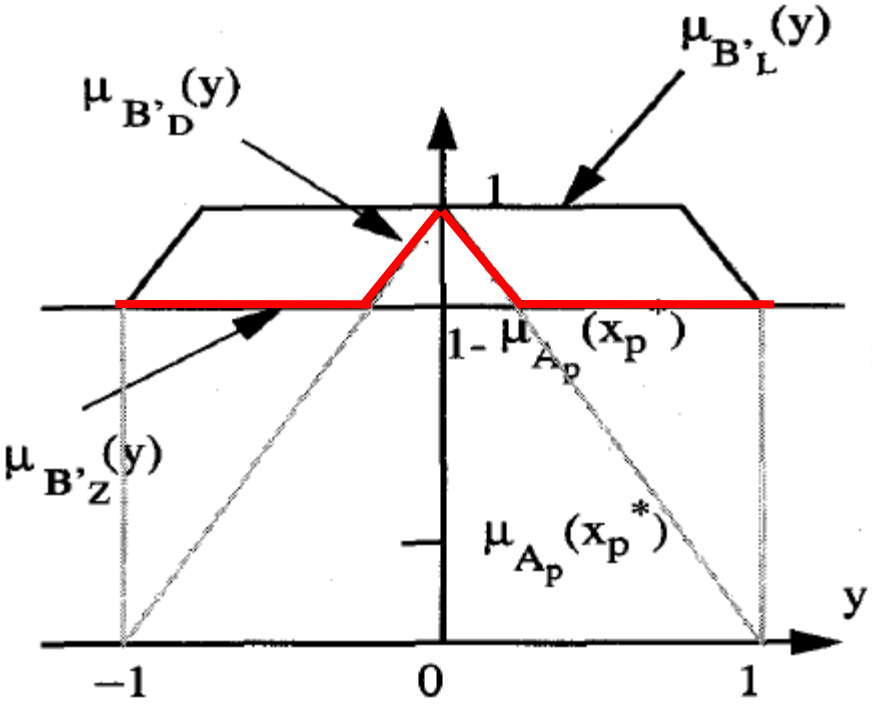
$$min\left[\mu_{A_1}(x_1^*), \cdots, \mu_{A_n}(x_n^*)\right] = \mu_{A_p}(x_p^*)$$

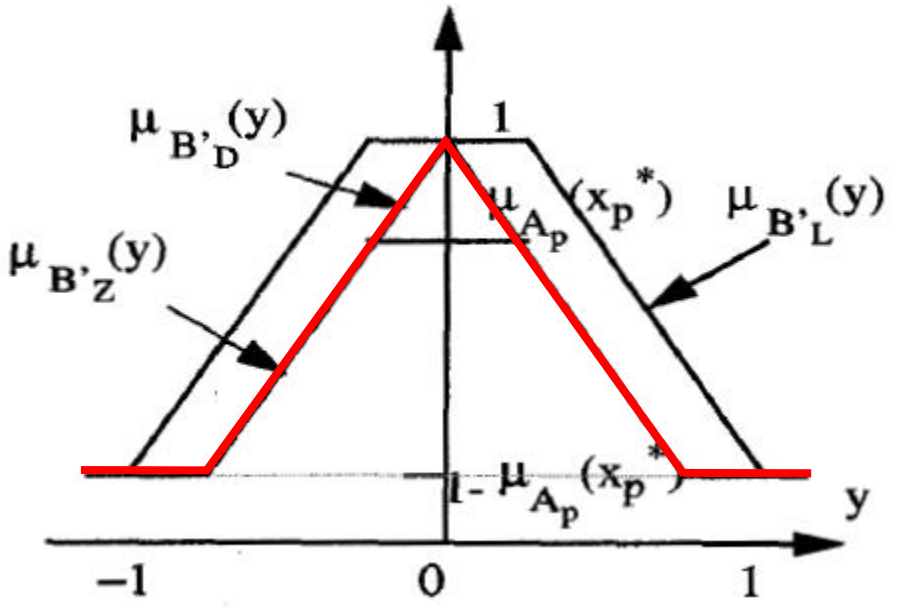
$$\prod_{i=1}^{n} \mu_{A_i}(x_i^*) = \mu_A(x^*)$$

حل ه:

د: موتور استنتاج Dienes-Rescher

$$\mu_{B'}(y) = \min_{l=1:M}\left[max\left(1 - \min_{i=1:n}\left(\mu_{A_i^l}(x_i^*)\right), \mu_{B^l}(y)\right)\right]$$





جمع‌بندی مثال:

- اگر مقدار عضویت مقدم قاعده در نقطه‌ی x^* کوچک باشد موتورهای استنتاج ضرب و مینیمم به مقادیر عضویت بسیار کوچکی منجر خواهد شد درحالی که مقادیر عضویت حاصل از موتورهای استنتاج Lukasiewicz ، Zadeh و Dienes-Rescher بسیار بزرگ خواهد بود.
- موتورهای استنتاج ضرب و مینیمم مشابه هستند و موتورهای استنتاج Lukasiewicz ، Zadeh و Dienes-Rescher نیز مشابه هستند در حالی که این دو گروه کاملا متفاوت از یکدیگر می‌باشند.
- موتور استنتاج Lukasiewicz به بزرگترین تابع عضویت خروجی منجر می‌گردد در حالی که موتور استنتاج ضرب، کوچکترین تابع عضویت خروجی را ایجاد می‌کند.

مثال:

فرض کنید پایگاه قواعد فازی در یک سیستم فازی شامل دو قاعده‌ی زیر باشد:

$$Ru^{(1)}: IF\ x_1 is\ A_1\ and \ldots and\ x_n is\ A_n, THEN\ y\ is\ B$$

$$Ru^{(2)}: IF\ x_1 is\ C_1\ and \ldots and\ x_n is\ C_n, THEN\ y\ is\ D$$

که در آن،

$$\mu_B(y) = \begin{cases} 1-|y| & if\ -1 \le y \le 1 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

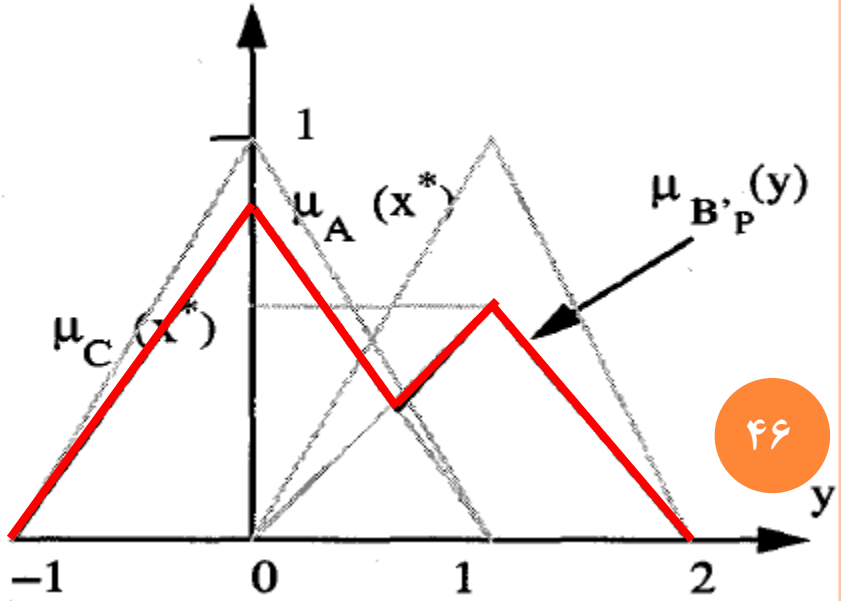
$$\mu_D(y) = \begin{cases} 1-|y-1| & if\ 0 \le y \le 2 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

اگر مجموعه‌ی فازی A' یک singleton فازی باشد $\mu_{B'}(y)$ را با استفاده از موتور استنتاج ضرب تعیین نمایید. فرض کنید:

$$\prod_{i=1}^{n} \mu_{A_i}(x_i^*) = \mu_A(x^*)$$

$$\prod_{i=1}^{n} \mu_{C_i}(x_i^*) = \mu_C(x^*)$$

$$\mu_{B'}(y) = \max_{l=1:M} \left[\prod_{i=1}^{n} \mu_{A_i^l}(x_i^*)\, \mu_{B^l}(y) \right]$$



پایگاه قواعد فازی و موتور استنتاج فازی

فهرست مطالب:

- مقدمه
- ساختار پایگاه قواعد فازی
- ویژگی‌های مجموعه قواعد فازی
- استنتاج بر اساس ترکیب
- استنتاج بر اساس تک‌تک قاعده‌ها
- موتورهای استنتاج و ویژگی‌های آنها
- مثال‌ها

QUESTIONS?