

سری اول تمرین‌های درس کنترل فازی

۱- (بر اساس تمرین‌های ۲-۳ و ۲-۴ کتاب) مجموعه‌های فازی F ، G و H که در فاصله‌ی $U = [0,10]$ با توابع عضویت زیر تعریف شده‌اند را در نظر بگیرید. موارد خواسته شده را تعیین و/یا ترسیم نمایید. ترسیمه‌ها با استفاده از نرم‌افزار MATLAB ایجاد گردد.

$$\mu_F(x) = \frac{x}{x+2} \quad \mu_G(x) = 2^{-x} \quad \mu_H(x) = \frac{1}{1+10(x-2)^2}$$

الف: «نمودار ترسیمی» توابع عضویت مجموعه‌های فازی F ، G و H .

ب: «عبارت ریاضی» و «نمودار ترسیمی» توابع عضویت مجموعه‌های فازی \bar{F} ، \bar{G} و \bar{H} .

ج: عبارت ریاضی و نمودار ترسیمی توابع عضویت مجموعه‌های فازی $F \cap G$ ، $G \cap H$ و $F \cap H$.

د: عبارت ریاضی و نمودار ترسیمی توابع عضویت مجموعه‌های فازی $F \cup G$ ، $G \cup H$ و $F \cup H$.

ه: عبارت ریاضی و نمودار ترسیمی توابع عضویت مجموعه‌های فازی $F \cup G \cup H$ و $F \cap G \cap H$.

و: عبارت ریاضی و نمودار ترسیمی توابع عضویت مجموعه‌های فازی $\overline{F \cup H}$ ، $\overline{G \cap H}$ و $F \cap \bar{H}$.

ز: تعیین برش آلفای مجموعه‌های فازی F ، G و H به ازای $\alpha = 0.2$ و $\alpha = 0.8$.

۲- با نمایش ترسیمی s-norm ها و t-norm های تعیین شده به ازای تغییرات هر یک از ورودی‌ها در محدوده‌ی $[0,1]$ ، آنها را با هم مقایسه نمایید. برای این منظور از توابع ترسیم سه‌بعدی surf یا mesh نرم‌افزار MATLAB استفاده نمایید.

الف: s-norm های maximum، algebraic sum، Einstein sum، bounded sum و Drastic sum.

ب: t-norm های minimum، algebraic product، Einstein product، bounded product و Drastic product.

توجه: s-norm جمع مقید^۱ و t-norm ضرب مقید^۲ به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$\text{Bounded Sum } s\text{-norm: } s_{bs}(a, b) = \min(1, a + b)$$

$$\text{Bounded Product } t\text{-norm: } t_{bp}(a, b) = \max(0, a + b - 1)$$

۳- (تمرین ۱-۳ کتاب) a را «تعادل^۳» مکمل فازی c گوئیم اگر $a \in [0,1]$ ، $c(a) = a$ باشد.

الف: تعادل مکمل فازی Yager را تعیین کنید.

ب: ثابت کنید هر مکمل فازی حداکثر دارای یک «تعادل» است.

ج: ثابت کنید مکمل فازی پیوسته دارای «تعادل» یکتایی است.

^۱ bounded sum

^۲ bounded product

^۳ equilibrium

۴- (تمرین ۳-۵ کتاب) مکمل فازی c را بازگشت‌پذیر^۱ گوئیم اگر $c[c(a)] = a$ for all $a \in [0,1]$.

الف: نشان دهید مکمل فازی Sugeno و مکمل فازی Yager بازگشت‌پذیر هستند.

ب: فرض کنید c یک مکمل فازی بازگشت‌پذیر و t یک t -norm باشد. نشان دهید که عمل $u: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ که به صورت $u(a,b) = c[t(c(a), c(b))]$ تعریف شده است یک s -norm است.

ج: ثابت کنید c ، t و u تشکیل یک کلاس متناظر^۲ می‌دهند.

۵- (تمرین ۳-۶ کتاب) $s_x(a,b)$ را چنان تعیین کنید که این s -norm به همراه t -norm minimum و مکمل

Yager با $w=2$ تشکیل یک کلاس متناظر بدهند.

۶- (تمرین ۴-۱ کتاب) برای یک رابطه‌ی n گانه‌ی داده شده، تعداد تصویرهای ممکن را تعیین نمایید.

۷- (تمرین ۴-۳ کتاب) برای رابطه‌های فازی Q_1 ، Q_2 و Q_3 ، رابطه‌ی $Q_1 \circ Q_2 \circ Q_3$ را به روش‌های ترکیب \max -

\min و \max -product تعیین نمایید.

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0.7 \\ 0.3 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0.5 & 1 \end{bmatrix} \quad Q_2 = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0.6 & 0.1 \\ 0 & 0.1 & 0 \end{bmatrix} \quad Q_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0.7 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0.7 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

¹ involutive

² associated class